
Corrigé du Devoir Surveillé n°1

Exercice 1 – Calcul fractionnaire

Calculons et simplifions les deux expressions :

- Calcul de B :

$$B = \frac{3}{4} + \frac{5 \times \frac{2}{5}}{10} = \frac{3}{4} + \frac{2}{10} = \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15}{20} + \frac{4}{20} = \frac{19}{20}$$

- Calcul de C :

$$C = \frac{\left(\frac{18}{12} + \frac{25}{10}\right) \times 12}{48} = \frac{\left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) \times 12}{48} = \frac{\left(\frac{8}{2}\right) \times 12}{48} = \frac{4 \times 12}{4 \times 12} = 1$$

Exercice 2 – Problème sur les proportions

1. Fraction restante à l'issue de la deuxième semaine :

- Après la première semaine, l'arboriculteur a vendu $\frac{1}{2}$ de sa récolte. Il lui reste donc $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ de sa récolte.
- La deuxième semaine, il vend les $\frac{2}{3}$ du reste, soit :

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ de la récolte totale.}$$

- À l'issue de la deuxième semaine, la fraction vendue au total est $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.
- La fraction restant à vendre est donc :

$$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

- #### 2. Masse totale de la récolte :
- On sait que la fraction restante $\frac{1}{6}$ représente une masse de 180 kg.
Soit M la masse totale de la récolte :

$$\frac{1}{6} \times M = 180 \implies M = 180 \times 6 = \mathbf{1080 \text{ kg}}$$

La récolte totale était donc de 1080 **kg**.

Exercice 3 – Vecteurs égaux dans un cube

1. Égalités vectorielles :

(a) $\vec{PQ} = \vec{SR} = \vec{TU} = \vec{WV}$

(b) $\vec{OW} = \vec{QO}$

(c) $\vec{VU} = \vec{WT} = \vec{SP} = \vec{RQ}$

2. Calculs de longueurs :

(a) Dans le triangle PQR est rectangle en Q . D'après le théorème de Pythagore :

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

D'où $\mathbf{PR} = \sqrt{50} = \mathbf{5\sqrt{2}}$ cm.

(b) La grande diagonale $[PV]$ appartient au triangle PRV rectangle en R (car l'arête $[RV]$ est orthogonale à la face avant $PQRS$). D'après le théorème de Pythagore :

$$PW^2 = PR^2 + RW^2 = 50 + 5^2 = 50 + 25 = 75$$

D'où $\mathbf{PW} = \sqrt{75} = \mathbf{5\sqrt{3}}$ cm.

3. Norme d'un vecteur :

$$\|\vec{PV}\| = \|\vec{QW}\| = \mathbf{5\sqrt{3}} \text{ cm}$$

Exercice 4 – Démonstration à l'aide des vecteurs

- (a) **Construction du point D** : (voir figure ci-dessous)
- (b) **Image du point C par la translation de vecteur $\vec{BA}$** :
Puisque $\vec{AD} = \vec{BC}$, le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
On a donc aussi $\vec{CD} = \vec{BA}$. Par conséquent, l'image du point C par la translation de vecteur $\vec{BA}$ est le point D .
- (c) **Construction du point E** : (voir figure ci-dessous)
- (d) **Démonstration que $\vec{EA} = \vec{BC}$** :
- Par construction, E est le symétrique de D par rapport à A , ce qui signifie que A est le milieu du segment $[ED]$.
 - On en déduit l'égalité vectorielle : $\vec{EA} = \vec{AD}$.
 - Or, d'après la question (a), $\vec{AD} = \vec{BC}$.
 - Par transitivité, on a bien : $\vec{EA} = \vec{BC}$.
- (e) **Démonstration pour la translation** :
- De l'égalité $\vec{EA} = \vec{BC}$, on déduit que le quadrilatère $EABC$ est un parallélogramme.
 - On a donc l'égalité vectorielle : $\vec{EB} = \vec{AC}$.
 - Cela prouve que le point B est bien l'image du point E par la translation de vecteur $\vec{AC}$.

