

Chapitre 4 : Puissances

1. Définition des nombres a^n et a^{-n}

Définitions : a désigne un nombre relatif et n désigne un entier naturel.

- 1^{er} cas : par convention $a^0 = 1$
- 2^{ème} cas : si n est non nul alors le nombre « **a puissance n** » noté a^n est défini par

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- 3^{ème} cas : si a est non nul alors le nombre « **a puissance $-n$** » noté a^{-n} est défini par

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

- n est appelé l'**exposant**

Cas particuliers : $a^1 = a$ et $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

Exemples : $4^3 = 4 \times 4 \times 4$ et $7^9 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$

Exemples : $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ et $5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5}$

Attention : $a^{-n} \neq a \times (-n)$. En effet, par exemple, $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ et $3 \times (-2) = -6 \neq \frac{1}{9}$.

2. Opérations sur les puissances

Dans tout ce paragraphe, n et m désignent deux entiers relatifs et a désigne un nombre relatif.

Règles de calculs sur les puissances :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a \times b)^n = a^n \times b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad (a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$$

3. Cas particuliers des puissances de 10

Définitions : n désigne un entier naturel.

- 1^{er} cas : par convention $10^0 = 1$
- 2^{ème} cas : $10^n = 1 \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- 3^{ème} cas : $10^{-n} = \underbrace{0,000 \dots 0}_{n \text{ zéros}} 1$. Le 1 est en $n^{\text{ème}}$ position après la virgule

Cas particuliers de puissances de 10 à connaître :

$10^0 = 1$	$10^1 = 10$	$10^2 = 100$	$10^3 = 1000$
<i>un</i>	<i>dix</i>	<i>cent</i>	<i>mille</i>

$10^4 = 10\,000$	$10^5 = 100\,000$	$10^6 = 1\,000\,000$	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
<i>dix – mille</i>	<i>cent – mille</i>	<i>un million</i>	<i>un milliard</i>

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$	$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$	$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$
<i>un dixième</i>	<i>un centième</i>	<i>un millième</i>

$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0,0001$	$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = 0,00001$	$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = 0,000001$
<i>un dix millième</i>	<i>un cent millième</i>	<i>un millionième</i>

4. Écriture ou notation scientifique d'un nombre

On peut écrire un même nombre sous plusieurs écritures.

Par exemple, on peut écrire $0,0035 = 3,5 \times 0,001 = 3,5 \times 10^{-3}$

De même $427 \times 10^5 = 4,27 \times 10^2 \times 10^5 = 4,27 \times 10^{5+2} = 4,27 \times 10^7$

Définition : Tout nombre décimal peut s'écrire d'une manière unique sous la forme $\pm a \times 10^n$ où a est un nombre relatif compris entre 1 et 10 (10 exclus) et n est un entier relatif.

Exemples : Les écritures $3,5 \times 10^{-3}$ et $4,27 \times 10^7$ sont les **notations scientifiques** des nombres précédents.