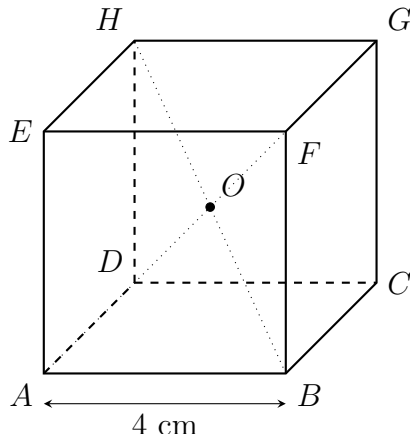


Corrigé du Devoir Maison n°2

Exercice 1 : Cube et vecteurs

Soit $ABCDEFGH$ un cube de côté 4 cm et de centre O .



1. Égalités vectorielles :

(a) Les vecteurs égaux au vecteur $\vec{AB}$ sont :

$$\vec{AB} = \vec{DC} = \vec{EF} = \vec{HG}$$

(b) Le point O est le centre du cube, donc le milieu des grandes diagonales $[AG]$ et $[BH]$.
On déduit :

$$\vec{OH} = \vec{BO}$$

(c) Les vecteurs égaux au vecteur $\vec{GF}$ sont :

$$\vec{GF} = \vec{HE} = \vec{CB} = \vec{DA}$$

2. Calculs de longueurs :

(a) La face $ABCD$ du cube est un carré de côté 4 cm, donc le triangle ABC est un triangle rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

D'où :

$$AC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

(b) L'arête $[CG]$ est perpendiculaire à la face de base $ABCD$, elle est donc perpendiculaire à la droite (AC) . Le triangle ACG est donc rectangle en C . D'après le théorème de Pythagore :

$$AG^2 = AC^2 + CG^2 = 32 + 4^2 = 32 + 16 = 48$$

D'où :

$$AG = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

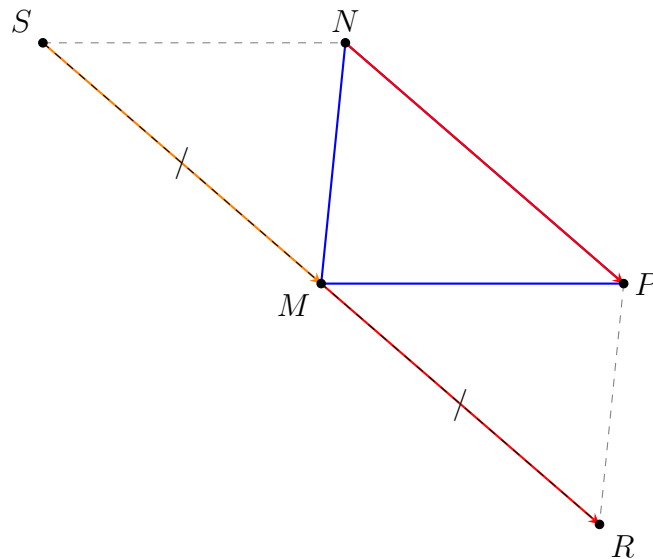
3. Norme d'un vecteur :

$ABCDEFGH$ un cube donc ses grandes diagonales ont la même longueur. On déduit :

$$\|\vec{AG}\| = \|\vec{BH}\| = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

Exercice 2 : Constructions et égalités vectorielles

MNP est un triangle tel que $MN = 4$ cm, $NP = 7$ cm et $MP = 5$ cm.



1. (a) **Construction du point R :**

L'égalité vectorielle $\vec{MR} = \vec{NP}$ signifie que le quadrilatère $MNPR$ est un parallélogramme. Pour construire R , on trace le représentant du vecteur $\vec{NP}$ ayant pour origine le point M .

(b) **Image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$:**

Par définition, l'image de P par la translation de vecteur $\vec{NM}$ est le point X tel que $\vec{PX} = \vec{NM}$.

Or, dans le parallélogramme $MNPR$, on a $\vec{PR} = \vec{NM}$.

L'image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$ est donc le point R .

2. (a) **Construction du point S :**

Le point S est le symétrique de R par rapport à M , ce qui signifie que M est le milieu du segment $[SR]$. Vectoriellement, cela s'écrit $\vec{SM} = \vec{MR}$.

(b) **Démonstration de l'égalité $\vec{SM} = \vec{NP}$:**

D'une part, S est le symétrique de R par rapport à M , donc $\vec{SM} = \vec{MR}$.

D'autre part, par construction (question 1.a), on a $\vec{MR} = \vec{NP}$.

Par transitivité, on en déduit que :

$$\vec{SM} = \vec{NP}$$

(c) **Déduction pour la translation :**

D'après la question précédente, $\vec{SM} = \vec{NP}$.

On sait que dans un parallélogramme, l'égalité de deux côtés opposés orientés entraîne l'égalité des deux autres. Ainsi, $\vec{SM} = \vec{NP}$ équivaut à $\vec{SN} = \vec{MP}$.

L'égalité $\vec{SN} = \vec{MP}$ signifie précisément que le point N est l'image du point S par la translation de vecteur $\vec{MP}$.