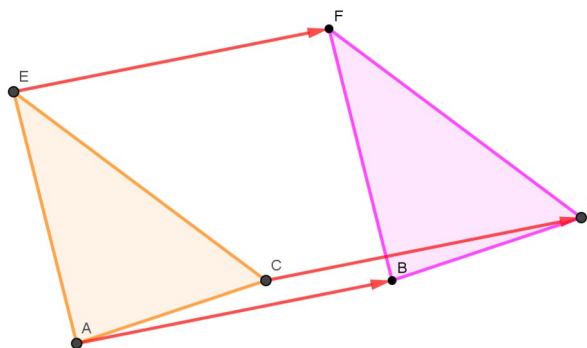


Chapitre 2 : Vecteurs 1

I. Translation et vecteur

Sur la figure ci-dessous, D et F sont les images respectives des points C et D par la **translation qui transforme A en B**. La flèche allant de A vers B indique la **direction**, le **sens** et la **longueur** du déplacement effectué pour aller du point A au point B.



Définition : Soit A et B deux points distincts du plan.
La translation qui transforme A en B est appelée translation de **vecteur** $\overrightarrow{AB}$.

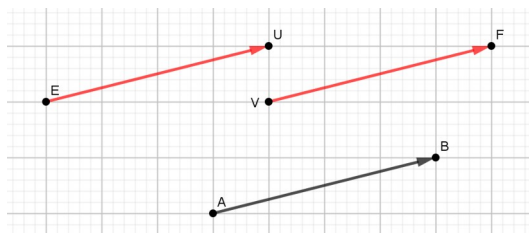
Propriété : Lorsque A et B sont deux points distincts, le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par :

- une **direction** : celle de la droite (AB)
- un **sens** : de A vers B
- une **longueur** : la longueur AB appelée **norme du vecteur** $\overrightarrow{AB}$ et notée $\|\overrightarrow{AB}\|$

Histoire :

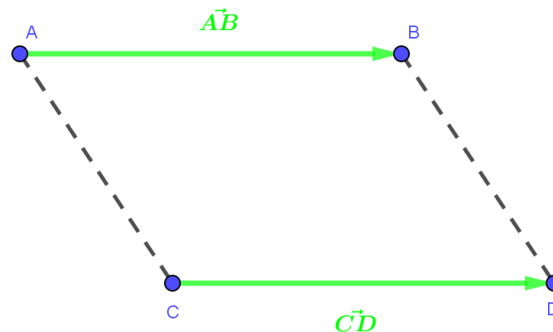
- le terme « vecteur » est dû au mathématicien irlandais William Rowan Hamilton (1805-1865)
- la notation $\overrightarrow{AB}$ ne sera adopté que vers 1960

Exemple 1 : Ci-contre, les points U et V sont tels que $\overrightarrow{EU} = \overrightarrow{VF} = \overrightarrow{AB}$.



II. Vecteurs égaux

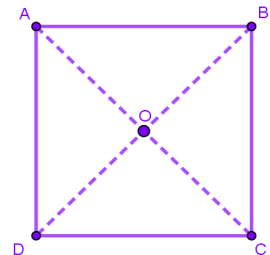
Définition : Dire que deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont égaux signifie que le point D est l'image du point C par la **translation** de vecteur $\vec{AB}$.



Exemple 2 :

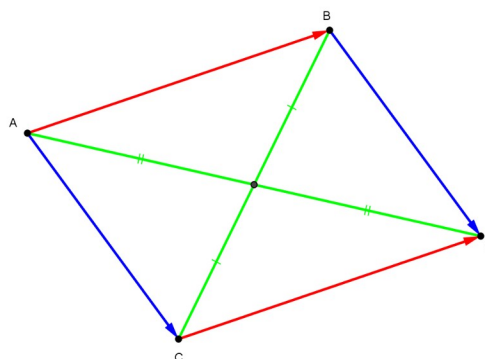
Dans le carré ABCD de centre O ci-contre, on a les égalités suivantes :

$$\vec{AB} = \vec{DC} \quad \vec{CB} = \vec{DA} \quad \vec{OC} = \vec{AO} \quad \vec{DO} = \vec{OB}$$



Propriétés : A, B, C et D désignent quatre points du plan.

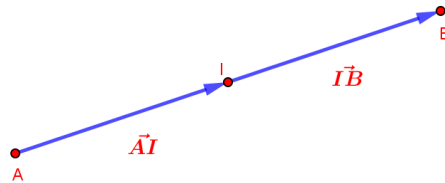
- $\vec{AB} = \vec{CD}$ si, et seulement si, ABDC est un **parallélogramme**.
- $\vec{AB} = \vec{CD}$ si, et seulement si, [AD] et [BC] ont le **même milieu**.
- $\vec{AB} = \vec{CD}$ si, et seulement si, les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ ont **même direction, même sens et même longueur**.



Remarques :

- Attention à l'ordre des points entre les vecteurs égaux et le nom du parallélogramme.
- Le parallélogramme $ABDC$ peut être aplati.

Propriété : I est le milieu de $[AB]$ si, et seulement si $\vec{AI} = \vec{IB}$.



Méthode - Construire l'image d'un point M par la translation de vecteur $\vec{AB}$

- Pour cela on place le point I milieu de $[BM]$ puis on construit l'image du point A par la symétrie ce centre I.
- Le vecteur $\vec{AB}$ est caractérisé par, sa direction (la droite (AB)), son sens (de A vers B) et sa norme (la longueur AB).
- Construire le point M' image du point M par la translation de vecteur $\vec{AB}$ revient à tracer le parallélogramme $ABM'M$.

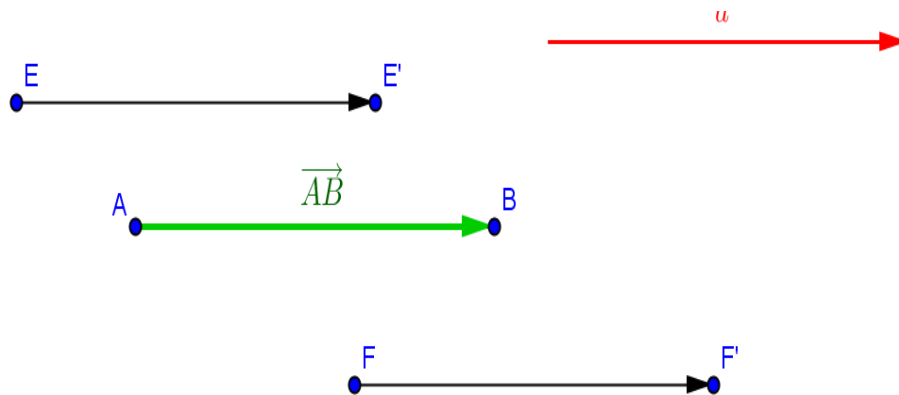
Compléter les constructions du tableau suivant :

Par la symétrie de centre I	Par le parallélogramme $ABM'M$

III. Représentants d'un même vecteur et vecteur nul

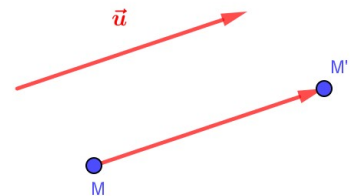
Étant donné deux points A et B , on peut construire une infinité de parallélogrammes dont un côté est le segment $[AB]$. On obtient ainsi une **infinité** de vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$.

Tous ces vecteurs sont donc des **représentants** d'un même vecteur, qu'on note souvent à l'aide d'une lettre, $\vec{u}$. Ils ont tous même direction, même sens et même longueur.



Définition : Un vecteur non nul $\vec{u}$ est défini par **une direction** (une droite (d)), **un sens** (donné par la flèche) et **une norme** notée $\|\vec{u}\|$ (sa longueur)

Propriété : L'image du point M par la translation de vecteur $\vec{u}$ est le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$.



Définition : Lorsque les points A et B sont confondus, on appelle translation de vecteur $\overrightarrow{AA}$ la translation qui transforme le point A en A .

Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est alors appelé **vecteur nul** et noté $\vec{0}$.

Remarque : le vecteur nul n'a pas de direction, n'a pas de sens et sa norme est égale à 0.