

# Épreuve Anticipée de Mathématiques

Voie Générale - Candidats suivant l'enseignement de spécialité mathématique  
- sujet analogue 1 -

**Durée :** 2 heures

**Consigne :** L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

---

## PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

### Question 1

L'inverse du double de 5 est égal à :

- a.  $\frac{2}{5}$                       b.  $\frac{1}{10}$                       c.  $\frac{5}{2}$                       d. 10

### Question 2

On considère la relation  $F = a + \frac{b}{cd}$ . Lorsque  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ ,  $d = -\frac{1}{4}$ , la valeur de F est égale à :

- a.  $-\frac{5}{2}$                       b.  $-\frac{3}{2}$                       c.  $\frac{5}{2}$                       d.  $\frac{3}{2}$

### Question 3

Le prix d'un article est multiplié par 0,975. Cela signifie que le prix de cet article a connu :

- a. une baisse de 2,5%    b. une augmentation de 97,5%    c. une baisse de 25%    d. une augmentation de 0,975%

### Question 4

Le prix d'un article est noté P,  $P \neq 0$ . Ce prix augmente de 10% puis baisse de 10%. À l'issue de ces deux variations, le nouveau prix est noté  $P_1$ . On peut affirmer que :

- a.  $P_1 = P$                       b.  $P_1 > P$                       c.  $P_1 < P$                       d. Cela dépend de P

### Question 5

On lance un dé à 4 faces. La probabilité d'obtenir chacune des faces est donnée dans le tableau ci-dessous :

Face numéro 1	Face numéro 2	Face numéro 3	Face numéro 4
0,5	$\frac{1}{6}$	0,2	$x$

On peut affirmer que :

- a.  $x = \frac{2}{15}$                       b.  $x = \frac{2}{3}$                       c.  $x = 0,4$                       d.  $x = 0,1$

### Question 6

On considère  $x, y, u$  des réels non nuls tels que  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{u}$ . On peut affirmer que :

- a.  $u = \frac{xy}{x+y}$                       b.  $u = \frac{x+y}{xy}$                       c.  $u = xy$                       d.  $u = x + y$

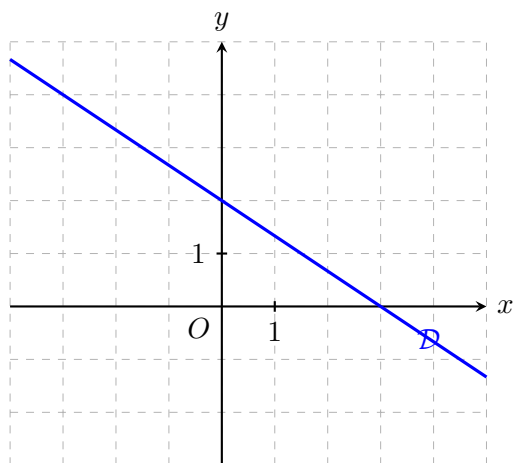
### Question 7

On a représenté la parabole d'équation  $y = x^2$ . On note  $(\mathcal{I})$  l'inéquation, sur  $\mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 10$ . L'inéquation  $(\mathcal{I})$  est équivalente à :

- a.  $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$     b.  $x \leq -\sqrt{10}$  ou  $x \geq \sqrt{10}$     c.  $x \geq \sqrt{10}$     d.  $x = \sqrt{10}$  ou  $x = -\sqrt{10}$

### Question 8

On a représenté une droite dans un repère orthonormé.



Une équation de la droite est :

- a.  $y = -\frac{3}{2}x + 2$       b.  $y = \frac{2}{3}x + 2$       c.  $2x - 3y - 6 = 0$       d.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - 1 = 0$

### Question 9

On considère trois fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  :

$$f_1 : x \mapsto x^2 - (1 - x)^2$$

$$f_2 : x \mapsto \frac{x}{2} - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

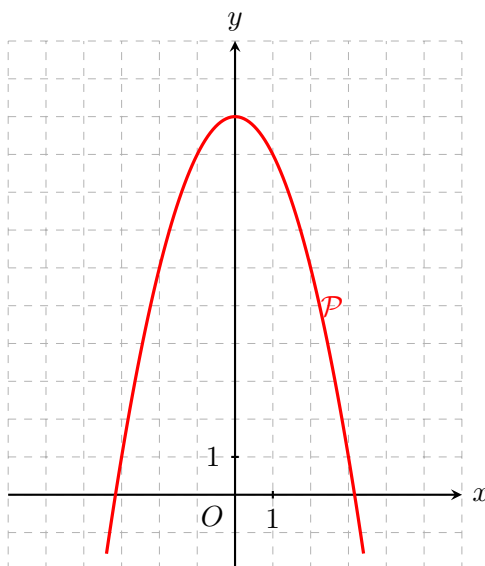
$$f_3 : x \mapsto \frac{5 - \frac{2}{3}x}{0,7}$$

Parmi ces trois fonctions, celles qui sont des fonctions affines sont :

- a. aucune      b. toutes      c. uniquement  $f_1$       d. uniquement  $f_2$  et  $f_3$

### Question 10

On a représenté une parabole  $\mathcal{P}$ .

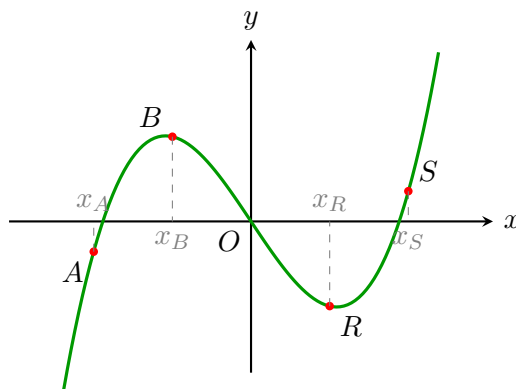


Une seule des quatre fonctions ci-dessous est susceptible d'être représentée par la parabole  $\mathcal{P}$ . Laquelle ?

- a.  $x \mapsto x^2 - 10$       b.  $x \mapsto -x^2 - 10$       c.  $x \mapsto -x^2 + 10$       d.  $x \mapsto -x^2 + 10x$

### Question 11

On a représenté la courbe d'une fonction  $f$ . Les points A, B, R et S appartiennent à la courbe. Leurs abscisses sont notées respectivement  $x_A$ ,  $x_B$ ,  $x_R$  et  $x_S$ .



L'inéquation  $x \times f(x) > 0$  est vérifiée par :

- a.  $x_A$  et  $x_B$                       b.  $x_A$  et  $x_R$                       c.  $x_A$  et  $x_S$                       d.  $x_A$ ,  $x_B$  et  $x_S$

### Question 12

Voici une série de notes avec les coefficients associés :

Note	10	8	16
Coefficient	1	2	$x$

On note  $m$  la moyenne de cette série. Que doit valoir  $x$  pour que  $m = 15$  ?

- a. impossible                      b.  $x = 10^{-3}$                       c.  $x = 3$                       d.  $x = 19$

## DEUXIÈME PARTIE

### Exercice 1 (7 points)

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le carré  $OABC$  de côté 5 tel que  $A(5;0)$ ,  $B(5;5)$  et  $C(0;5)$ .

On place le point  $I$  sur le segment  $[AB]$  tel que  $I(5;2)$ .

Le point  $H$  désigne le projeté orthogonal du point  $C$  sur la droite  $(OI)$ .

On considère le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $K(2,5 ; 2,5)$  et de rayon  $R = 1$ .

- (a) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\vec{OI}$  et  $\vec{OC}$ .  
(b) En déduire la valeur du produit scalaire  $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$ .
- (a) En exprimant le produit scalaire  $\vec{OI} \cdot \vec{OC}$  à l'aide des longueurs  $OH$  et  $OI$ , montrer que  $\vec{OI} \cdot \vec{OC} = OH \times OI$ .  
(b) Calculer la longueur exacte  $OI$ .  
(c) En déduire que  $OH = \frac{10}{\sqrt{29}}$  (soit environ 1,86).
- (a) Donner l'équation cartésienne de la droite  $(OI)$ .  
(b) Justifier qu'une équation cartésienne du cercle  $\mathcal{C}$  est :

$$x^2 + y^2 - 5x - 5y + 11,5 = 0$$

- (c) Le point  $P(2 ; 3,5)$  appartient-il au cercle  $\mathcal{C}$ ? Justifier par le calcul.

## Exercice 2 (7 points)

On se place dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

### Partie A

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = x^2 - 6x + 5$$

1. Étudier le signe de la fonction  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .
2. Soit  $n$  un entier naturel. On considère les points  $A_n$  et  $A_{n+1}$  appartenant à la courbe de  $g$ , d'abscisses respectives  $n$  et  $n + 1$ .  
Montrer que le coefficient directeur de la droite  $(A_n A_{n+1})$ , noté  $a_n$ , s'exprime par  $a_n = 2n - 5$ .
3. En déduire la nature de la suite  $(a_n)$ .

### Partie B

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0, 5 ; 10]$  par :

$$f(x) = x - 6 + \frac{5}{x}$$

1. Vérifier que pour tout réel  $x \in [0, 5 ; 10]$ , on a  $f(x) = \frac{g(x)}{x}$ .
2. À l'aide de la Partie A, déterminer la position relative de la courbe de  $f$  par rapport à l'axe des abscisses sur  $[0, 5 ; 10]$ .
3. On admet que  $f$  est dérivable sur  $[0, 5 ; 10]$ . Démontrer que pour tout  $x \in [0, 5 ; 10]$  :

$$f'(x) = \frac{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})}{x^2}$$

4. Dresser le tableau de variations complet de la fonction  $f$  sur  $[0, 5 ; 10]$ .