

Sujet 2 - Automatismes - Corrigé

Question 1 : Priorités opératoires et fractions

Réponse correcte : b

Pour calculer $A = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}$, on respecte la priorité de la multiplication :

$$A = \frac{1}{3} - \frac{1 \times 5}{3 \times 2} = \frac{1}{3} - \frac{5}{6}$$

On met ensuite au même dénominateur :

$$A = \frac{2}{6} - \frac{5}{6} = \frac{2-5}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

Question 2 : Proportionnalité

Réponse correcte : a

Si 6 pains au chocolat coûtent 9 euros, le prix d'un seul pain au chocolat est égal à :

$$\frac{9}{6} = 1,50 \text{ euro}$$

Pour 15 pains au chocolat, on effectue l'opération de proportionnalité suivante :

$$15 \times 1,50 = 22,50 \text{ euros}$$

Question 3 : Évolution en pourcentage (Triplement)

Réponse correcte : c

Soit V_0 le prix initial. Si le prix a triplé, sa valeur finale est $V_1 = 3 \times V_0$, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur global de $CM = 3$.

Le taux d'évolution t est donné par la formule $t = CM - 1$:

$$t = 3 - 1 = 2 \text{ soit une augmentation de } 200\%.$$

Question 4 : Prix initial après évolution

Réponse correcte : b

Une augmentation de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de :

$$1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

Pour retrouver le prix initial de l'article avant cette hausse, on divise sa valeur finale par ce coefficient :

$$V_0 = \frac{120}{1,2} = 100 \text{ €}$$

Question 5 : Masse volumique et conversion

Réponse correcte : b

La masse d'un litre (1 000 mL) de lait est de 1 030 grammes. Comme 500 mL représente la moitié d'un litre ($1\ 000 \div 2$), la masse correspondante est égale à :

$$\frac{1\ 030}{2} = 515\ \text{g}$$

Convertie en kilogrammes en divisant par 1 000, cette masse est de 0,515 kg.

Question 6 : Coefficient directeur d'une droite

Réponse correcte : a

Le coefficient directeur m de la droite passant par les points $A(2; 200)$ et $B(5; 215)$ se calcule à l'aide de la formule :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{215 - 200}{5 - 2} = \frac{15}{3} = 5$$

Question 7 : Équation de droite et point

Réponse correcte : a

L'équation réduite d'une droite est de la forme $y = mx + p$.

— Le coefficient directeur est donné par l'énoncé : $m = -0,2$.

— La droite passe par $A(0; 5)$, ce qui nous indique l'ordonnée à l'origine : $p = 5$.

L'équation de la droite D est donc $y = -0,2x + 5$.

Puisque le point $B(1; y)$ appartient à D , on détermine son ordonnée en remplaçant x par 1 :

$$y = -0,2 \times 1 + 5 = -0,2 + 5 = 4,8$$

Question 8 : Développement d'un produit

Réponse correcte : a

En appliquant la double distributivité pour développer l'expression $(x - 4)(x + 3)$, on obtient :

$$(x - 4)(x + 3) = x \times x + x \times 3 - 4 \times x - 4 \times 3$$

$$(x - 4)(x + 3) = x^2 + 3x - 4x - 12 = x^2 - x - 12$$

Question 9 : Isoler une variable dans une formule

Réponse correcte : b

On part de la formule de l'énergie cinétique $E = \frac{1}{2}mv^2$. Pour isoler la variable m , on procède par étapes :

— On multiplie par 2 des deux côtés pour éliminer la fraction : $2E = mv^2$

— On divise ensuite par v^2 (pour $v \neq 0$) : $m = \frac{2E}{v^2}$

Question 10 : Calcul d'image par une fonction du second degré

Réponse correcte : **c**

Pour trouver l'image de -1 par la fonction $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$, on remplace la variable x par -1 :

$$\begin{aligned}f(-1) &= -3 \times (-1)^2 + 2 \times (-1) + 4 \\f(-1) &= -3 \times 1 - 2 + 4 = -3 - 2 + 4 = -1\end{aligned}$$

Question 11 : Antécédent par une fonction du second degré

Réponse correcte : **c**

Pour déterminer si un nombre est un antécédent de 0 par $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, on calcule son image par la fonction f . Testons la valeur proposée par l'option **a** ($x = 1$) :

$$f(1) = 3 \times (1)^2 - 4 \times 1 + 1 = 3 - 4 + 1 = 0$$

Puisque $f(1) = 0$, le nombre 1 est bien un antécédent de 0 par la fonction f .

Question 12 : Statistiques (moyenne et écart-type)

Réponse correcte : **d**

Analysons les caractéristiques des deux séries proposées :

— **Moyennes :**

$$\begin{aligned}\text{— Série A : } & \frac{8 + 10 + 10 + 12}{4} = \frac{40}{4} = 10 \\ \text{— Série B : } & \frac{5 + 10 + 10 + 15}{4} = \frac{40}{4} = 10\end{aligned}$$

Les deux séries possèdent la même moyenne (10), ce qui élimine d'emblée les propositions **a** et **b**.

— **Écart-types :**

L'écart-type mesure le degré de dispersion des valeurs d'une série autour de sa moyenne.

- Les valeurs extrêmes de la série A (8 et 12) sont à une distance de 2 de la moyenne.
- Les valeurs extrêmes de la série B (5 et 15) sont à une distance de 5 de la moyenne.

La série B est donc nettement plus dispersée que la série A, ce qui signifie que **l'écart-type de la série B est strictement supérieur à celui de la série A**.