

Épreuve blanche de mathématiques spécifiques

Mai 2026

CALCULATRICE INTERDITE.

Le sujet comporte 4 pages, numérotées de 1 à 4.

Première partie : automatismes - QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Renvoyez le numéro de la question sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. Dans un collège, 20 élèves font partie du club théâtre ce qui représente 4% du nombre d'élèves inscrits dans ce collège. Le nombre d'élèves inscrits dans ce collège est égal à :

- A. 80 B. 500 C. 50 D. 800

2. Le nombre d'arbres d'une forêt diminue de 5% chaque année. Si $U(n)$ désigne le nombre d'arbres pour l'année n , on a :

- A. $U(n+1) = U(n) - 0,05$ B. $U(n+1) = 0,05 \times U(n)$ C. $U(n+1) = 0,95U(n)$ D. $U(n+1) = U(n) - 0,15$

3. Dix chocolats coûtent en tout 14 €. Le prix de six chocolats est égal à :

- A. 8,40 € B. 6,24 € C. 4,80 € D. 8,50 €

4. (u_n) est la suite définie par $u_0 = 18$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$. La valeur de u_2 est :

- A. 9 B. 4,5 C. 36 D. 5,4

5. Soit f une fonction définie sur $[-2;3]$ dont la représentation graphique \mathcal{C}_f est donnée ci-contre. L'ensemble des solutions de $f(x) = 2$ est :

- A. $[-2;2]$ B. 2,8 C. $\{-2;1\}$ D. $\{2\}$

6. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 10 - \frac{1}{2}(x+4)^2$. L'image de 4 par la fonction f est égale à :

- A. $10 - \frac{1}{2}$ B. $10 - \frac{1}{2}(16+16)$ C. 0 D. 10

7. On considère les deux séries ci-dessous :

Série A : 10 ; 11 ; 12

Série B : 1 ; 11 ; 400

Une seule de ces affirmations est exacte :

- A. Même moy. et même méd. B. Même moy. mais méd. diff. C. Moy. diff. et méd. diff. D. Même méd. mais moy. diff.

8. Dans un repère du plan, on considère les points $C(0; 50)$ et $D(7; 1)$. Le coefficient directeur de la droite (CD) est égal à :

- A. $m = 7$ B. $m = -7$ C. $m = \frac{1}{7}$ D. $m = \frac{-1}{7}$

9. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 6x + 8$. Un antécédent de 0 par la fonction f est égal à :

- A. 3 B. -1 C. 1 D. 0

10. On considère la fonction f représentée ci-contre. La droite tracée est la tangente au point A d'abscisse 1. On a :

- A. $f'(1) = 3$ B. $f'(1) = 5$ C. $f'(1) = -3$ D. $f'(1) = 2$

11. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2x^3 + x^2 + 4$. g' désigne la dérivée de la fonction g . On a :

- A. $g'(x) = 2x^2 + 2x + 4$ B. $g'(x) = 2x^2 + x$ C. $g'(x) = 6x^2 + 2x$ D. $g'(x) = 6x^2 + 2x + 4$

12. On considère une droite (AB) représentée ci-contre. La seule équation pouvant correspondre à l'équation réduite de la droite (AB) est :

- A. $y = 1x + 1,5$ B. $y = \frac{2}{3}x + 1$ C. $y = -\frac{3}{2}x + 1$ D. $y = -\frac{2}{3}x + 1$

Deuxième partie : 14 points

Exercice 1 : (4,5 points)

D'après une enquête menée dans une entreprise, on a constaté que :

70% des employés travaillent dans le service administratif et 30% dans le service technique.

60% des employés du service administratif font du télétravail et 10% des employés du service technique font du télétravail.

On définit les événements suivants :

A : « l'employé appartient au service administratif »

T : « l'employé appartient au service technique »

D : « l'employé fait du télétravail »

1. Traduire la situation sous la forme d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité de l'événement « l'employé appartient au service technique et fait du télétravail ».
3. Montrer que la probabilité qu'un employé fasse du télétravail est de 0,45.
4. Les événements A et D sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
5. On interroge un employé au hasard. Il affirme qu'il fait du télétravail. Quelle est la probabilité qu'il appartienne au service technique ? On donnera le résultat sous forme de fraction simplifiée le plus possible.

Exercice 2 : (5 points)

Une entreprise fabrique et vend un produit chimique. Sa capacité de production est limitée à 10 tonnes par jour.

Le coût total de fabrication de x tonnes de ce produit, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0;10]$ par $C(x) = x^2 + 2x + 5$. On suppose que toute la production est vendue.

1. Calculer le coût de fabrication pour une production de 3 tonnes, puis pour une production de 7 tonnes.
2. Chaque tonne produite est vendue 10 centaines d'euros. Exprimer, en fonction de x, la recette totale $R(x)$ perçue par l'entreprise pour la vente de x tonnes.
3. Rappel : Le bénéfice $B(x)$ est la différence entre la recette et les coûts. On a donc $B(x) = R(x) - C(x)$.
Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;10]$: $B(x) = -x^2 + 8x - 5$.
4. Montrer, en détaillant votre calcul, que la fonction dérivée B' de la fonction B est définie par $B'(x) = -2x + 8$.
5. (a) Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0;10]$.
(b) Dresser le tableau de variations complet de la fonction B sur cet intervalle.
(c) En déduire la quantité x que l'entreprise doit produire pour obtenir un bénéfice maximal.
(d) Quel est alors le montant de ce bénéfice en euros ?

Exercice 3 : (4,5 points)

Les coûts annuels de maintenance de deux machines industrielles, appelées M1 et M2, sont étudiés sur plusieurs années.

Les coûts de la machine M1 augmentent de 2 000 € chaque année.

Les coûts de la machine M2 augmentent de 10% chaque année.

En 2024, les deux machines ont engendré un coût identique de 18 000 €.

Pour $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le coût de maintenance de la machine M1 l'année $2024 + n$ et v_n le coût de maintenance de la machine M2 l'année $2024 + n$. Ainsi $u_0 = v_0 = 18000$.

1. Calculer u_1 et v_1 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .
3. En déduire une expression de u_n en fonction de n .
4. Déterminer l'année à partir de laquelle le coût de maintenance de la machine M1 aura dépassé 49 000 €.
5. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n . En déduire la nature de la suite (v_n) .
6. En déduire une expression de v_n en fonction de n .