Exercice 1 :

- Déterminer les 5 premiers termes de la suite géométrique $(u_n)_n$ de 1er terme $u_0=1$ et de raison $q=2$
- Déterminer les 5 premiers termes de la suite géométrique $(v_n)_n$ de 1er terme $v_0=5$ et de raison $q=-0,5$

Correction

- $u_0=1\,;u_1=2\times1=2;u_2=2\times2=4\,;u_3=2\times4=8\,;u_4=2\times8=16$
- $v_0=5;\,v_1=\frac{-1}{2}\times5=\frac{-5}{2};v_2=\frac{-1}{2}\times\frac{-5}{2}=\frac{5}{4};v_3=\frac{-1}{2}\times\frac{5}{4}=\frac{-5}{8};v_4=\frac{-1}{2}\times\frac{-5}{8}=\frac{5}{16}$

Exercice 2 : Soit $(u_n)_n$ une suite géométrique de 1er terme $u_0=12$ et de raison $q=10$.

1. Exprimer u_n en fonction de n et calculer le huitième terme de la suite.
2. Étudier le sens de variation de la suite.

Correction

1. $(u_n)_n$ est géométrique de raison $q=10$ et de 1er terme $u_0=12$ donc
   $\forall n\in\mathbb{N}\,,u_n=u_0\times q^n=12\times10^n=1,2\times10^{n+1}$
   Le 8ème terme de la suite est $u_7=12\times10^7=1,2\times10^8=120\,000\,000$.
2.
   $(u_n)_n$ est géométrique de raison $q=10>1$ et de 1er terme $u_0=12>0$ donc $(u_n)_n$ est croissante.

Exercice 3 : Soit $(u_n)_n$ une suite définie par $\forall n\in\mathbb{N},u_n=2\times5^{n+1}$.
Montrer que la suite $(u_n)_n$ est géométrique et préciser sa raison et son 1er terme.

Correction

$\forall n\in\mathbb{N}\,,u_{n+1}=2\times5^{n+2}=2\times5\times5^{n+1}=5\times2\times5^{n+1}=5\times u_n$ donc $(u_n)_n$ est géométrique de raison $q=5$ et de 1er terme $u_0=2\times5^1=10$.

Autre méthode : $\forall n\in\mathbb{N}\,,u_n>0$ et $\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{2\times5^{n+2}}{2\times5^{n+1}}=\frac{2\times5^{n+1}\times5}{2\times5^{n+1}}=5$ donc $(u_n)_n$ est géométrique de raison $q=5$ et de 1er terme $u_0=2\times5^1=10$.

Exercice 4 : La population de la banlieue d'une ville augmente de 4 % par an et celle du centre-ville diminue de 5 % par an. En janvier 2011, elles sont toutes les deux de 50 000 habitants. Pour tout entier naturel n ,on note b_n et c_n les populations de la banlieue et du centre-ville l'année $2011+n$.

1. Déterminer les populations b_{n+1} et c_{n+1} l'année 2012 puis les populations en 2013.
2. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n et en déduire l'expression de b_n en fonction de n
3. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n et en déduire l'expression de c_n en fonction de n

Correction

1. En 2012, la population de la banlieue sera égale à :
   $b_1=(1+\frac{4}{100})\times 50000=1{,}04\times 50000=52000\,\text{habitants}$
   En 2013, la population de la banlieue sera égale à $b_2=1{,}04\times 52000=54080\,\text{habitants}$

   En 2012, la population du centre ville sera égale à :
   $c_1=(1-\frac{5}{100})\times 50\,000=0{,}95\times 50000=47500\,\text{habitants}$.
   En 2013, la population du centre ville sera de $c_2=0{,}95\times 47500=45125\,\text{habitants}$.

2. $b_{n+1}=b_n\times(1+\frac{4}{100})=b_n\times 1{,}04=1{,}04\,b_n$ donc $(b_n)_n$ est géométrique de raison $q=1{,}04$
   et de 1er terme $b_0=50000$ donc $\forall n\in\mathbb{N}, b_n=b_0\times q^n=50000\times 1{,}04^n$.

3. $c_{n+1}=c_n\times(1-\frac{5}{100})=c_n\times 0{,}95=0{,}95\,c_n$ donc $(c_n)_n$ est géométrique de raison $q=0{,}95$
   et de 1er terme $c_0=50000$ donc $\forall n\in\mathbb{N}, c_n=c_0\times q^n=50000\times 0{,}95^n$.