Exercice 1

Vincent télécharge au plus cinq jeux par mois sur son smartphone. Soit *N* la variable aléatoire qui, à un mois donnée, associe le nombre de jeux téléchargés. *N* suit la loi de probabilité indiquée dans le tableau ci-dessous :

n_i	0	1	2	3	4	5
$p(N=n_i)$	0,13	0,28		0,07	0,3	0,1

1. Calculer la probabilité manquante.
2. Déterminer la probabilité que Vincent télécharge au moins 3 jeux.
3. Déterminer la probabilité que Vincent télécharge au plus 4 jeux.

Correction

1. Dans le tableau qui donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire, la somme des probabilités est égale à 1 donc $p(N=2)=1-(0{,}13+0{,}28+0{,}07+0{,}3+0{,}1)=0{,}12$.
2. La probabilité que Vincent télécharge au moins 3 jeux est $p(N\geq 3)=p(N=3)+p(N=4)+p(N=5)=0{,}07+0{,}3+0{,}1=0{,}47$.
3. La probabilité que Vincent télécharge au plus 4 jeux est $p(N\leq 4)=1-p(N=5)=1-0{,}1=0{,}9$.

Exercice 2

La loi de probabilité d'une variable aléatoire *X* est donné par le tableau ci-dessous.

x_i	-3	1	4
$p(X=x_i)$	0,2	0,3	0,5

Calculer l'espérance de *X*, sa variance et une valeur approchée à 10^{-2} près de son écart-type.

Correction

$$E(X)=0{,}2\times(-3)+0{,}3\times 1+0{,}5\times 4=1{,}7$$
$$V(X)=0{,}2\times(-3-1{,}7)^2+0{,}3\times(1-1{,}7)^2+0{,}5\times(4-1{,}7)^2=7{,}21$$
$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{7{,}21}\approx 2{,}69$$

Exercice 3

La loi de probabilité d'une variable aléatoire *X* est donné par le tableau ci-dessous.

x_i	-2	0	3
$p(X=x_i)$	a	$0{,}6$	$0{,}3$

Déterminer le réel *a* puis calculer l'espérance et l'écart-type de *X*.

Correction

Dans le tableau qui donne la loi de probabilité d'une variable aléatoire, la somme des probabilités est égale à 1 donc $a=1-(0{,}6+0{,}3)=0{,}1$

$$E(X)=0{,}1\times(-2)+0{,}6\times 0+0{,}3\times 3=0{,}7$$
$$V(X)=0{,}1\times(-2-0{,}7)^2+0{,}6\times(0-0{,}7)^2+0{,}3\times(3-0{,}7)^2=2{,}61$$
$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{2{,}61}\approx 1{,}62$$

Exercice 4

On lance un dé parfaitement équilibré :

- lorsque le 6 sort, on reçoit 6€ ;
- lorsque le 5 sort, on reçoit 2€ ;
- lorsque le 4 sort, on reçoit 1€ ;
- dans les autres cas, on ne reçoit rien.

On note *X* la variable aléatoire qui, à l'issue d'une partie, associe la somme d'argent gagnée.

1. Déterminer la loi de probabilité de *X*.
2. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart-type de *X*.

Correction

1. $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\}$ Et $X(\Omega)=\{0;1;2;6\}$. C'est une situation d'équiprobabilité,

L'événement $\{X=0\}$ a pour issues $\{1;2;3\}$ donc $p(X=0)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

L'événement $\{X=1\}$ a pour issue $\{4\}$ donc $p(X=1)=\frac{1}{6}$

L'événement $\{X=2\}$ a pour issue $\{5\}$ donc $p(X=2)=\frac{1}{6}$

L'événement $\{X=6\}$ a pour issue $\{6\}$ donc $p(X=6)=\frac{1}{6}$

On peut alors résumer cette loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	0	1	2	6
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

2.

$$E(X)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+6\times\frac{1}{6}=1,5$$

$$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=0^2\times\frac{3}{6}+1^2\times\frac{1}{6}+2^2\times\frac{1}{6}+6^2\times\frac{1}{6}-\left(\frac{9}{6}\right)^2=\frac{41}{6}-\frac{81}{36}=\frac{246}{36}-\frac{81}{36}=\frac{165}{36}$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{165}{36}}\approx 2,14$$