Exercice 1

On tire simultanément cinq cartes d'un jeu de 32 cartes. On note *X* la variable aléatoire qui, à chaque tirage de cinq cartes, associe le nombre de cœurs tirés.

1. Quelles sont les valeurs prises par *X* ?
2. Décrire les événements $\{X=0\}$ et $\{X<3\}$

Correction

1. On peut tirer de 0 à 5 cartes de cœur donc les valeurs prises par *X* sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5, autrement dit, $X(\Omega)=\{0;1;2;3;4;5\}$
2. L'événement $\{X=0\}$ correspond à « on a tiré aucune carte de cœur ».
   l'événement $\{X<3\}$ correspond à « on a tiré au plus deux cartes de cœur »

Exercice 2

Une boite contient quatre jetons marqués « 1 », « 2 », « 3 » et « 4 ». On en tire un jeton au hasard. Si le nombre marqué est pair, on gagne un nombre de points égal au double de ce nombre. Et si le nombre marqué est impair on perd un nombre de points égal au nombre marqué. Soit *X* la variable aléatoire qui, à chaque issue, associe le nombre de points gagnés.

1. Quelle est l'issue qui permet de gagner 4 points ?
2. Quelle est l'issue qui correspond à l'événement $\{X=-3\}$? Que vaut $p(X=-3)$?
3. Quelles sont les issues qui correspondent à l'événement $\{X\leq 4\}$? Que vaut $p(X\leq 4)$?

Correction

1. L'issue qui permet de gagner 4 points est l'issue « 2 ».
2. L'issue qui correspond à l'événement $\{X=-3\}$ est l'issue « 3 ». On est dans une situation d'équiprobabilité donc $p(X=-3)=\frac{1}{4}$.
3. Les issues qui correspondent à l'événement $\{X\leq 4\}$ sont les issues « 1 », « 2 » et « 3 ». On est dans une situation d'équiprobabilité donc $p(X\leq 4)=\frac{3}{4}$.

Exercice 3

On place dans un sac cinq étiquettes sur lesquelles est écrit un mot de la phrase ci-dessous.

LE – HASARD – CONDUIT – LE – MONDE

On tire une étiquette au hasard. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de voyelle du mot tiré.

1. Quelles sont les valeurs prises par *X* ?
2. Décrire l'événement $\{X=2\}$.
3. Décrire l'événement $\{X\geq 2\}$.

Correction

1. Quelles sont les valeurs prises par *X* ? Dans le mot « LE », il y a 1 voyelle, dans le mot « HASARD », il y a 2 voyelles, dans le mot « CONDUIT », il y a 3 voyelles et dans le mot « MONDE », il y a 2 voyelles donc les valeurs prises par *X* sont 1 ; 2 et 3, autrement dit, $X(\Omega)=\{1;2;3\}$.
2. L'événement $\{X=2\}$ est l'événement obtenir 2 voyelles et correspond donc aux issues $\{HASARD\,;MONDE\}$.
3. Décrire l'événement $\{X\geq 2\}$ est l'événement obtenir au moins 2 voyelles et correspond donc aux issues $\{HASARD\,;MONDE\,;CONDUIT\}$.

Exercice 4

Un joueur lance un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. S'il obtient un nombre impair, il perd 50€. S'il obtient 2, 4 ou 6, il gagne respectivement 24€, 48€ ou 72€. *X* désigne la variable aléatoire égale au résultat en euros, positif ou négatif, obtenu par le joueur à l'issue de la partie. Donner la loi de X.

Correction

L'ensemble des valeurs prises par *X* sont -50 ; 24 ; 48 et 72, autrement dit, $X(\Omega)=\{-50;24;48;72\}$.

On est dans une situation d'équiprobabilité,

il y a 3 faces impaires sur les 6 donc $p(X=-50)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$,

il y a 1 face « 2 » sur les 6 donc $p(X=24)=\frac{1}{6}$,

il y a 1 face « 4 » sur les 6 donc $p(X=48)=\frac{1}{6}$

et il y a 1 face « 6 » sur les 6 donc $p(X=72)=\frac{1}{6}$.

On peut alors résumer cette loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	-50	24	48	72
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Exercice 5

Yassine paye une mise de 2€ puis il choisit au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes :

- si la carte est un « As », il reçoit 5€ ;
- si la carte est une figure (valet, dame ou roi), il reçoit 3€ ;
- dans les autres cas il perd sa mise.

Soit *X* la variable aléatoire qui, à chaque tirage d'une carte, associe le gain de Yassine. Ce gain est positif ou négatif et tient compte de la mise de départ. Déterminer la loi de probabilité de *X*.

Correction

L'ensemble des valeurs prises par *X* sont -2 ; 1 et 3, autrement dit, $X(\Omega)=\{-2\,;1\,;3\}$.

On est dans une situation d'équiprobabilité,

il y a 4 « As » sur les 32 cartes donc $p(X=3)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$,

il y a 12 figures sur les 32 cartes donc $p(X=1)=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$

et il y a 16 autres cartes donc $p(X=-2)=\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$.

On peut alors résumer cette loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	-2	1	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Exercice 6

Un joueur lance un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. S'il obtient un nombre impair, il perd 50€. S'il obtient 2, 4 ou 6, il gagne respectivement 24€, 48€ ou 72€. *X* désigne la variable aléatoire égale au résultat en euros, positif ou négatif, obtenu par le joueur à l'issue de la partie. Déterminer la loi de probabilité de *X*.

Correction

L'ensemble des valeurs prises par *X* sont -50 ; 24 ; 48 et 72, autrement dit, $X(\Omega)=\{-50\,;24\,;48\,;72\}$.

On est dans une situation d'équiprobabilité,

il y a 3 faces impaires sur les 6 donc $p(X=-50)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$,

il y a 1 face « 2 » sur les 6 donc $p(X=24)=\frac{1}{6}$,

il y a 1 face « 4 » sur les 6 donc $p(X=48)=\frac{1}{6}$

et il y a 1 face « 6 » sur les 6 donc $p(X=72)=\frac{1}{6}$.

On peut alors résumer cette loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	-50	24	48	72
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Exercice 7
Au début d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs. Parmi les 120 billets distribués, 3 donnent droit à 4 places gratuites, 6 donnent droit à 2 places gratuites, 42 donnent droit à 1 place gratuite et les autres billets ne gagnent rien.
Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de places gratuites gagnées avec un billet.
Déterminer la loi de probabilité de X.

Correction
L'ensemble des valeurs prises par X sont 4 ; 2 ; 1 et 0, autrement dit, $X(\Omega)=\{4;2;1;0\}$.

On est dans une situation d'équiprobabilité,
il y a 3 billets qui donnent droit à 4 places gratuites sur les 120 billets donc $p(X=4)=\frac{3}{120}=\frac{1}{40}$,
il y a 6 billets qui donnent droit à 2 places gratuites sur les 120 billets donc $p(X=2)=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$,
il y a 42 billets qui donnent droit à 1 places gratuites sur les 120 billets donc $p(X=1)=\frac{42}{120}=\frac{7}{20}$
et il reste 69 billets qui ne donnent droit à aucune places gratuites sur les 120 billets donc
$p(X=0)=\frac{69}{120}=\frac{23}{40}$.
On peut alors résumer cette loi de probabilité dans le tableau ci-dessous :

x_i	4	2	1	0
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{23}{40}$