Exercice 1 :
On lance un dé non pipé et on gagne un nombre de points égal au double de la face supérieure affichée.
On considère la variable aléatoire X associée, à chaque lancer, au nombre de points gagnés.

1. Quelle est l'issue qui permet de gagner 6 points ?
2. Quelle est l'issue associée à l'événement {X=4} ? Que vaut P(X=4) ?
3. Quelles sont les issues associées à l'événement {X<6} ? Que vaut P(X<6) ?

Correction
L'univers correspondant au lancer du dé est Ω = {1.2.3.4.5.6}.

1. L'issue permettant de gagner 6 points est {3}.
2. L'issue associée à l'événement {X=4} est {2}. On a P(X=4) =1/6 .
3. Les issues associées à l'événement{X<6} sont {1;2 }. On a P(X<6) = 2/6 = 1/3 .

Exercice 2 :
Une urne contient deux boules B_1 et B_2 numérotées respectivement 1 et 2.
On tire une première boule, on note son numéro, on la remet dans l'urne et on effectue un second tirage. On note le deuxième numéro et on effectue la somme des deux numéros sortis.

1. Définir une variable aléatoire X modélisant la situation.
2. Quelles valeurs sont prises par X ?
3. Quelles sont les issues correspondant à l'événement {X=3} ?

Correction

1. Soit x_1 le numéro de la première boule tirée et x_2 le numéro de la deuxième boule tirée.
   x_1 et x_2 peuvent prendre pour valeurs 1 ou 2.
   On considère la variable aléatoire X égale à la somme des numéros des deux boules tirées.
   On a $X= x_1 + x_2$.
2. Les valeurs prises par X sont {2;3;4}.
3. Les issues correspondantes à l'événement {X=3} sont {(1;2) ; (2;1)}.

Exercice 3 :

Un jeu comporte 8 cartes : 7, 8, 9, 10, V, D, R et As.
On tire une carte au hasard. On considère la variable aléatoire X qui prend la valeur 2 si l'on tire 7, 8, 9 ou 10 , la valeur 3 si on tire V, D ou R et la valeur 5 si on tire un As.
Dresser la loi de probabilité de X à l'aide d'un tableau.

Correction

$X=x_i$	2	3	5
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Exercice 4 :

Calculer l'espérance, la variance puis l'écart-type à 0,01 près de la variable aléatoire X dont la loi de probabilité est la suivante :

x_i	-1	2	5
$P(X=x_i)$	0,1	0,5	0,4

Correction

$$E(X)=(-1)\times 0{,}1+2\times 0{,}5+5\times 0{,}4=-0{,}1+1+2=2{,}9$$

$$V(X)=0{,}1\times(-1-2{,}9)^2+0{,}5\times(0{,}5-2{,}9)^2+0{,}4\times(5-2{,}9)^2=3{,}69$$

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{3{,}69}\approx 1{,}92$$

Exercice 5 :
On lance un dé non pipé. Les règles du jeu sont les suivantes :

- R1 : si la face supérieure du dé est 1 ou 2, le joueur gagne 13€ sinon il perd 6€
- R2 : si la face supérieure du dé est 6, le joueur gagne 100€ sinon il perd 20€

On définit les variables aléatoires X et Y qui, à chaque partie, associe le gain du joueur (gain positif ou négatif) respectivement associée aux règles R1 et R2.

1. Calculer E(X) et E(Y)
2. Si vous deviez jouer à ce jeu un très grand nombre de fois, quelle règle serait-il préférable de choisir ?

Correction

1. Selon les règle R_1 on a $E(X)=13\times\frac{2}{6}+(-6)\times\frac{4}{6}=13\times\frac{1}{3}+(-6)\times\frac{2}{3}=\frac{13}{3}-\frac{12}{3}=\frac{1}{3}$.

   Selon la règle R_2 on a $E(Y)=(-20)\times\frac{5}{6}+100\times\frac{1}{6}=\frac{-100}{6}+\frac{100}{6}=0$.

2. Il est préférable de choisir la règle R_1 car $E(X)>E(Y)$.
   A noter que le jeu selon la règle R_2 est un jeu équitable.

Exercice 6 : Compléter le programme Python ci-dessous afin qu'il renvoie en plus la variance et l'écart-type de la variable aléatoire.

```
def moyvar(V,P):
    E=0
    for i in range(len(V)):
        E=E+V[i]*P[i]
    return E
```

Correction

```
from math import*
def paramvar(V,P):
    E=0;Var=0
    for i in range(len(V)):
        E=E+V[i]*P[i]
    for i in range(len(V)):
        Var=Var+(V[i]-E)**2*P[i]
    s=sqrt(Var)
    return [E,Var,s]
```