

Exercice 1

On considère trois points A, B et C. Dans chacun des cas suivants, calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

1. $AB = 6, AC = 7$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$
2. $AB = 5, AC = 7$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{2}$
3. $AB = 5, AC = 6$ et $\widehat{BAC} = \frac{5\pi}{6}$

Exercice 2

ABC est un triangle équilatéral de côté 5 et I le milieu de [BC].

1. Montrer que $AI = \frac{5\sqrt{3}}{2}$
2. Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$, $\vec{CA} \cdot \vec{AB}$, $\vec{CA} \cdot \vec{BA}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AI}$, $\vec{CI} \cdot \vec{CA}$ et $\vec{IB} \cdot \vec{BC}$

Exercice 3

Soit I le milieu d'un segment [AB] de longueur 6. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AI}$ et $\vec{IA} \cdot \vec{IB}$.

Exercice 4

On considère un triangle ABC.

1. Calculer la valeur de $\cos(\widehat{ACB})$ puis un arrondi au degré près de l'angle \widehat{ACB} sachant que $CA = 8, CB = 4$ et $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 12$.
2. Calculer AB sachant que $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 10, AC = 4$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Exercice 5

Soit GHI un triangle isocèle en H. Calculer HI sachant que $\vec{HI} \cdot \vec{HG} = 18\sqrt{3}$ et $\widehat{IHG} = \frac{\pi}{6}$

Exercice 6

EFG est un triangle dans lequel on note H le pied de la hauteur issue de F avec H sur [EG].

On suppose que $EF = 4, EH = 2$ et $HG = 5$.

Calculer $\vec{EF} \cdot \vec{EH}$, $\vec{EF} \cdot \vec{EG}$, $\vec{GE} \cdot \vec{GH}$, $\vec{HF} \cdot \vec{HE}$ et $\vec{GE} \cdot \vec{FG}$.

Exercice 7

On se place dans un repère orthonormé.

Dans chacun des cas, calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$:

1. $\vec{u}(-2;2)$ et $\vec{v}(3;6)$
2. $\vec{u}(11;8)$ et $\vec{v}(2;1)$

Tous les repères sont supposés orthonormés.

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, dire si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

1. $\vec{u}(-2;5)$ et $\vec{v}(1;-2)$
2. $\vec{u}(-2;5)$ et $\vec{v}(5;2)$
3. $\vec{u}(4;3)$ et $\vec{v}(6;-8)$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, déterminer m de telle sorte que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient orthogonaux.

1. $\vec{u}(-5;6)$ et $\vec{v}(m;4)$
2. $\vec{u}(m-9;m-7)$ et $\vec{v}(m+2;-4)$

Exercice 3

Soient les points $A(-3;2)$, $B(6;-1)$, $C(3;4)$ et $D(1;-2)$.
Montrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Exercice 4

Soient les points $A(3;5)$, $B(-3;7)$, $C(-1;1)$ et $D(5;-1)$.

1. Calculer $\vec{BD} \cdot \vec{AC}$.
2. Montrer que $\vec{AB} = \vec{DC}$.
3. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 5

Soient les points $A(-2;1)$, $B(6;2)$ et $C(4;5)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Déterminer le centre et le rayon de son cercle circonscrit.

Exercice 6

Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} qui vérifie $\|\vec{u}\|=4$, $\|\vec{v}\|=3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v}=6$.
Calculer les réels suivants :

1. $(2\vec{u}+3\vec{v}) \cdot (\vec{u}-\vec{v})$
2. $(-\vec{u}+\vec{v}) \cdot (4\vec{u}+\vec{v})$
3. $(\vec{u}+2\vec{v})^2$

Exercice 7

Soit trois points A, B, C. On suppose que $\vec{AB} \cdot \vec{AC}=5$ et $\vec{AB} \cdot \vec{BC}=-4$.
Calculer la longueur du segment [AB].

Exercice 8

ABC est un triangle équilatéral de côté 5. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

Exercice 1

ABCD est un parallélogramme tel que $AB = 9$, $AC = 5$ et $BC = 7$.

1. Simplifier la somme vectorielle $\vec{CA} + \vec{AB}$.
2. Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{AB}$.
3. Justifier l'égalité $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.
4. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.
5. Simplifier la somme vectorielle $\vec{BA} + \vec{AD}$.
6. En déduire BD.

Exercice 2

Soit ABCD un losange de centre O tel que $AC = 8$ et $BD = 6$.

1. Calculer la longueur du côté de ce losange.
2. Simplifier la somme vectorielle $\vec{AB} + \vec{AD}$.
3. En déduire $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.
4. Justifier que $\vec{DA} - \vec{CD} = \vec{DB}$.
5. En déduire $\vec{DA} \cdot \vec{CD}$.

Exercice 3

Soit ABCD un parallélogramme tel que $AB = 4$, $AC = 9$ et $AD = 6$.

1. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.
2. En déduire une valeur approchée à un degré près de \widehat{BAD} .
3. Calculer la longueur de la diagonale [BD].

Exercice 4

1. Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} . Montrer que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$.
2. Application : ABC est un triangle tel que $AB = 3$, $BC = 7$ et $AC = 6$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
3. Soit deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} . Montrer que $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$.
4. Application : si ABCD est un parallélogramme, montrer que $AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + BC^2)$. En déduire la longueur de la diagonale [BD] si $AB = 7$, $BC = 5$ et $AC = 9$.

Exercice 5

Le triangle ABC est tel que $AB = 4$, $AC = 7$ et $BC = 5$.

1. Montrer que $16 = 25 + 49 - 70 \cos(\widehat{ACB})$.
2. En déduire la valeur exacte de $\cos(\widehat{ACB})$ puis une valeur approchée de l'angle \widehat{ACB} à 0,1 degré près.

Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2;7)$, $B(6;5)$ et $C(4;1)$.

1. Calculer le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
2. Que peut-on en déduire pour le cercle de diamètre $[AC]$

Exercice 2

On se place dans un repère orthonormé.

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

1. Soit les points $N(0;2)$ et $P(-5;9)$. Le point $M(1;8)$ appartient au cercle de diamètre $[NP]$.
2. Soit les points $A(4;2)$ et $B(0;-2)$. Le point $C(2;\sqrt{8})$ appartient au cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 3

On donne les points A et B tels que $AB = 12$ et I le milieu du segment $[AB]$. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 4$.

Exercice 4

On donne les points C et D tels que $CD = 10$ et H le milieu du segment $[CD]$. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\vec{MC} \cdot \vec{MD} = -9$.

Exercice 5

On considère un triangle ABC et A' le milieu du segment $[BC]$. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\vec{MA} \cdot (\vec{MB} + \vec{MC}) = 0$.

Exercice 6

Soit A et B deux points tels que $AB = 4$ et I le milieu de $[AB]$.

1. Démontrer que, pour tout point M du plan : $MA^2 - MB^2 = 2 \vec{IM} \cdot \vec{AB}$.
2. Application : dans chacun des cas suivants, déterminer et construire l'ensemble des points M du plan :
 - a. $MA^2 - MB^2 = 16$
 - b. $MA^2 - MB^2 = -8$

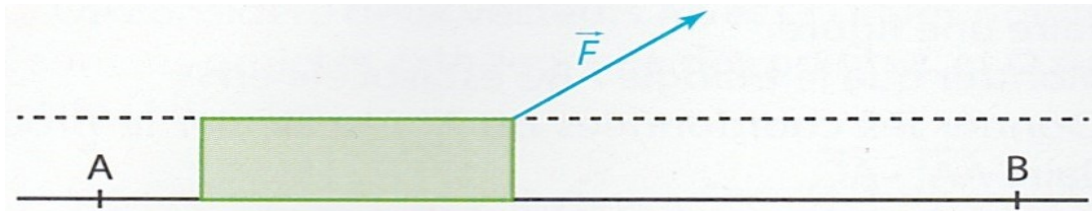
Exercice 7

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 4$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

1. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.
2. Calculer BC
3. Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$
4. En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{ACB} à $0,1^\circ$ près.

Exercice 1

Le travail d'une force se calcule de la façon suivante : $W = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ où \vec{F} est une force constante qui s'exerce en un point se déplaçant de A à B suivant une trajectoire rectiligne.



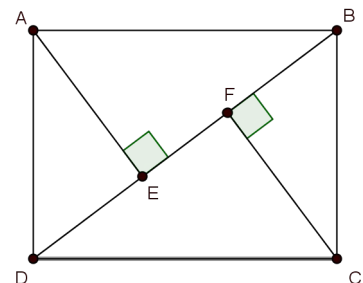
On sait que l'intensité de la force est de 700 N et que $AB = 60$ m. Déterminer le travail de cette force selon que l'angle vaut :

- a) 0° b) 30° c) 60°

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que $AB = 8$ et $AD = 6$. On note E et F les projetés orthogonaux de A et de C sur [DB].

1. Montrer que $\vec{AC} \cdot \vec{BD} = \vec{EF} \cdot \vec{BD}$.
2. Montrer que $AD^2 - AB^2 = \vec{AC} \cdot \vec{BD}$.
3. Déduire des questions précédentes la longueur du segment [EF].



Exercice 3

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points $A(-6; 4)$, $B(-2; 2)$ et $C(5; -7)$.

1. Calculer $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
2. On note H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC). Montrer que $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \vec{BH} \cdot \vec{BC}$.
3. Calculer BC. En déduire BH et HC.

Exercice 4

ABCD est un trapèze rectangle en A et en B tel que $AB = 4$.

Soit E et F les points tels que : $\vec{DE} = \frac{1}{4} \vec{DC}$ et $\vec{DF} = \frac{3}{4} \vec{DC}$.

1. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AE}$ et $\vec{AF} \cdot \vec{AB}$.
2. Soit I le point tel que $\vec{AI} = \vec{AE} + \vec{AF}$. Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{CI}$.
3. Que peut-on en déduire ?

