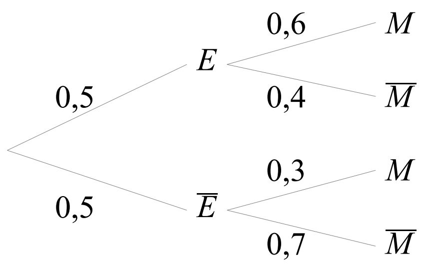
Correction et barème

Exercice 1 – 6 points

1. c. $u_{12}=23$
2. b. décroissante sur $]-2\,;+\infty[$
3. c. $]2\,;3[$
4. d. $f'(x)=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$
5. a. e^{-4x+1}
6. a. g est croissante sur $\mathbb{R}$.
7. d. $x=-0{,}05$
8. c. 2 points d'intersection
9. c. $v_3=-2$
10. c. admet $x=\dfrac{23}{7}$ comme solution
11. b. Le plus petit entier n tel que $u_n\leq 6$
12. b. $2\times\dfrac{1-0{,}9^{37}}{1-0{,}9}$

Exercice 2 – 4,5 points

1.



2. On cherche $p(E\cap M)$ et $p(E\cap M)=p(E)\times p_E(M)=0{,}5\times 0{,}6=0{,}3$

3. Les événement E et $\overline{E}$ forment une partition de l'univers , d'après la formule des probabilités totales, on a $p(M)=p(E\cap M)+p(\overline{E}\cap M)=0{,}3+0{,}5\times 0{,}3=0{,}3+0{,}15=0{,}45$

4. On cherche $p_M(\overline{E})$ et $p_M(\overline{E})=\dfrac{p(\overline{E}\cap M)}{p(M)}=\dfrac{0{,}15}{0{,}45}=\dfrac{15}{45}=\dfrac{1}{3}$

5. On a $p(M)=0{,}45$ et $p_E(M)=0{,}6$ donc $p_E(M)\neq p(M)$, les événements E et M ne sont pas indépendants.

Exercice 3 – 5 points

1. $f(0)=(5-2\times 0)\times e^{0}=5\times 1=5$: le point A a pour coordonnées $(0;5)$.

   $f(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad (5-2x)e^{x}=0 \quad \Leftrightarrow \quad 5-2x=0$ ou $e^{x}=0$

   $\Leftrightarrow \quad 2x=5$ ou impossible car $e^{x}>0$

   $\Leftrightarrow \quad x=2{,}5$: le point B a pour coordonnées $(2{,}5;0)$.

2. *f* est le produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ donc *f* est dérivable sur $\mathbb{R}$.

   Pour tout $x\in\mathbb{R}$, on pose $u(x)=5-2x$ donc $u'(x)=-2$

   et $v(x)=e^{x}$ donc $v'(x)=e^{x}$

   Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f'(x)=-2\times e^{x}+(5-2x)\times e^{x}=e^{x}(-2+5-2x)=e^{x}(3-2x)$

3. Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $e^{x}>0$ donc $f'(x)$ est du signe de $3-2x$

   $3-2x=0 \quad \Leftrightarrow \quad -2x=-3 \quad \Leftrightarrow \quad x=\dfrac{-3}{-2}=1{,}5$

   $3-2x\leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad -2x\leq -3 \quad \Leftrightarrow \quad x\geq 1{,}5$

   On en déduit le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		1.5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f		$\nearrow$	$2e^{1.5}$	$\searrow$	

4. D'après le tableau de variation, le point D admet comme coordonnées $(1{,}5;2e^{1{,}5})$.

5. $f'(0)=e^{0}\times(3-2\times 0)=1\times 3=3$ et $f(0)=5$ donc l'équation de la tangente à la courbe C au point A est $y=f'(0)(x-0)+f(0)=3\times x+5$.
   L'équation de la tangente à la courbe C au point A est $y=3x+5$.

Exercice 4 : 4,5 points

1. a. $3600+200=3800$: Le loyer annuel de l'année 2021 pour le contrat n°1 est de 3 800€. **(0,25)**

   b. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=u_n+200$ **(0,25)**, la suite (u_n) est arithmétique de raison $r=200$ **(0,25)** ainsi, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n=u_0+nr=3600+200n$ **(0,5)**

   $2030=2020+10$ et $u_{10}=3600+200\times10=3600+2000=5600$: le loyer annuel de l'année 2030 est de 5 600€. **(0,5)**

   c. On cherche la somme des termes de la suite (u_n) de u_0 jusqu'à u_{10} .

   $$\sum_{n=0}^{10} u_n=11\times\frac{u_0+u_{10}}{2}=11\times\frac{3600+5600}{2}=11\times\frac{9200}{2}=11\times4600=50\,600$$ **(1)**

   Le montant total des loyers annuels versés entre les années 2020 et 2030 incluses est de 50 600€.

2. a. $3600\times\left(1+\frac{5}{100}\right)=3600\times1{,}05=3780$: Le loyer annuel de l'année 2021 pour le contrat n°2 est de 3 780€. **(0,5)**

   b. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_{n+1}=v_n\times1{,}05$ **(0,25)**, la suite (v_n) est géométique de raison $q=1{,}05$ **(0,25)** ainsi, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_n=v_0\times q^n=3600\times1{,}05^n$ **(0,5)**

3. $2020+6=2026$: cela signifie que c'est à partir de 2026 que le montant du loyer annuel pour le contrat n°2 depassera le montant du loyer annuel pour le contrat n°1. **(0,25)**