Exercice 1

1. On considère l'équation $(E) : z^3 = 4z^2 - 8z + 8$ ayant pour inconnue le nombre complexe z.

a. Démontrer que, pour tout nombre complexe z,

$$z^3 - 4z^2 + 8z - 8 = (z-2)\left(z^2 - 2z + 4\right).$$

b. Résoudre l'équation (E).

c. Écrire les solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.
Soit A, B, C et D les quatre points d'affixes respectives

$$z_{\mathrm{A}} = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3} \qquad z_{\mathrm{B}} = 2 \qquad z_{\mathrm{C}} = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3} \qquad z_{\mathrm{D}} = 1.$$

Ces quatre points sont représentés dans la figure ci-dessous.

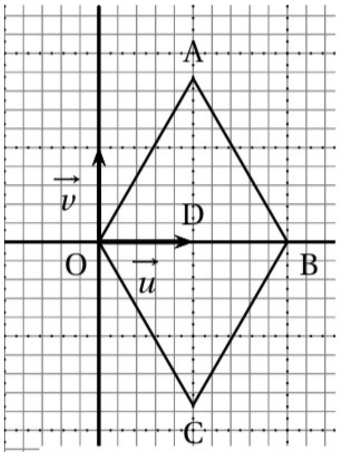

Figure de l'exercice 1

2. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ? Justifier.

3. Soit M le point d'affixe $z_{\mathrm{M}} = \dfrac{7}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

a. Démontrer que les points A, M et B sont alignés.

b. Démontrer que le triangle DMB est rectangle.

Exercice 2

1. On considère l'équation (E) : $z^3 = 4z^2 - 8z + 8$ ayant pour inconnue le nombre complexe z.
   - **a.** Démontrer que, pour tout nombre complexe z,
   $$z^3 - 4z^2 + 8z - 8 = (z-2)\left(z^2 - 2z + 4\right).$$
   - **b.** Résoudre l'équation (E).
   - **c.** Écrire les solutions de l'équation (E) sous forme exponentielle.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.
Soit A, B, C et D les quatre points d'affixes respectives

$$z_{\mathrm{A}} = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3} \qquad z_{\mathrm{B}} = 2 \qquad z_{\mathrm{C}} = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3} \qquad z_{\mathrm{D}} = 1.$$

Ces quatre points sont représentés dans la figure ci-dessous.

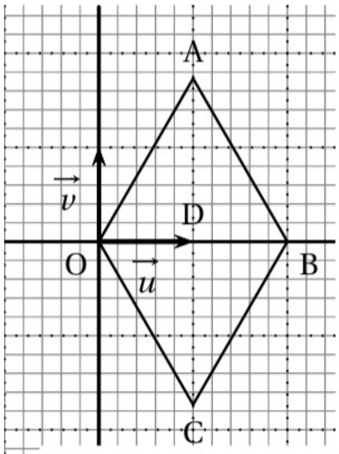

Figure de l'exercice 1

2. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ? Justifier.
3. Soit M le point d'affixe $z_{\mathrm{M}} = \dfrac{7}{4} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.
   - **a.** Démontrer que les points A, M et B sont alignés.
   - **b.** Démontrer que le triangle DMB est rectangle.