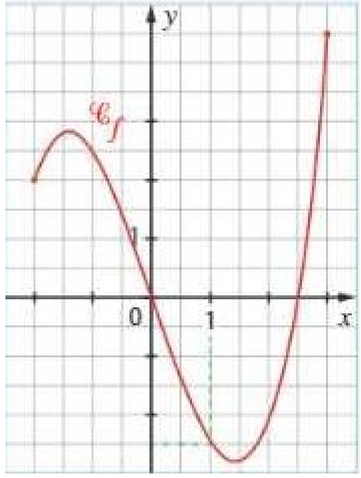
Exercice 1

On considère une fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-contre.



1. Déterminer graphiquement son ensemble de définition
2. Déterminer graphiquement l'image de 1 par la fonction f
3. f est-elle paire ? Impaire ? Justifier.
4. Déterminer graphiquement les antécédents de 0

Correction

1. $D_f=[-2;3]$
2. $f(1)=-2{,}5$
3. f ne peut pas être paire ni impaire car son ensemble de définition n'est pas symétrique par rapport à 0.
4. Par lecture graphique, les antécédents de 0 par f sont : 0 et 2,5

Exercice 2

On considère la courbe C d'équation $y=3x^2-5x-1$ avec $x\in[-2;2]$.

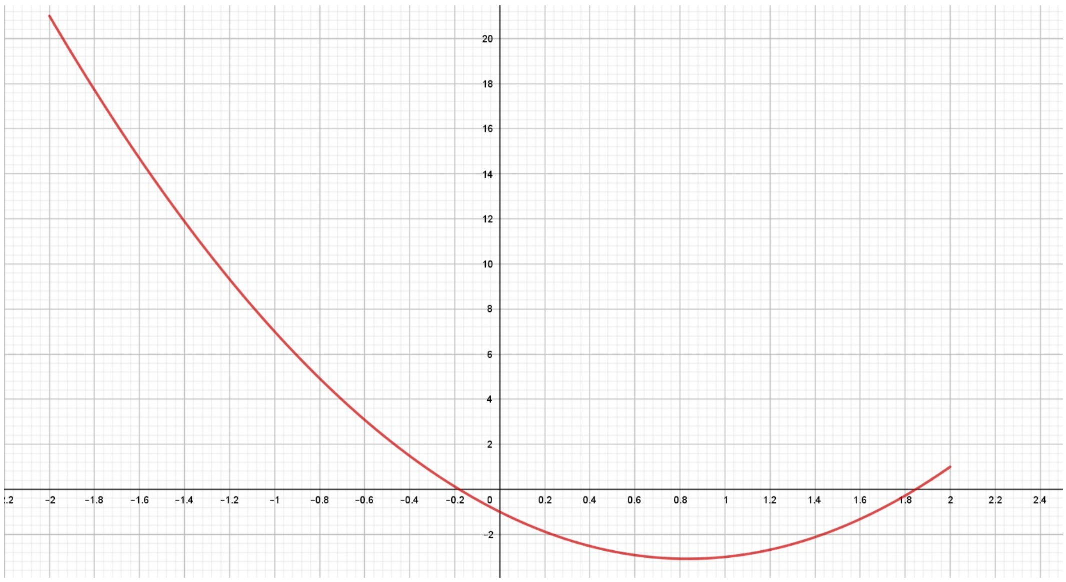
1. Les points $A(0;-1)$ et $B(-1;1)$ appartiennent-ils à C ? Justifier.
2. Déterminer l'ordonnée du point D appartenant à C d'abscisse $x_D=\frac{1}{2}$ puis l'ordonnée du point E appartenant à C d'abscisse $x_E=\frac{-1}{3}$.
3. Sans calculatrice, dresser un tableau de valeurs pour x compris entre -2 et 2 avec un pas de 1.
4. La courbe C peut-elle être la courbe d'une fonction paire ? Impaire ? Justifier.
5. Construire C dans un repère du plan.

Correction

1. Pour $x=0$ on $y=3\times0^2-5\times0-1=-1$ donc $A(0;-1)\in C$
   Pour $x=-1$ on $y=3\times(-1)^2-5\times(-1)-1=3+5-1=7\neq1$ donc $B(-1.1)\notin C$
2. $y_D=3\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-5\times\left(\frac{1}{2}\right)-1=\frac{3}{4}-\frac{5}{2}-1=\frac{3}{4}-\frac{10}{4}-\frac{4}{4}=\frac{-11}{4}$
   $y_E=3\times\left(\frac{-1}{3}\right)^2-5\times\left(\frac{-1}{3}\right)-1=\frac{3}{9}+\frac{5}{3}-1=\frac{3}{3}+\frac{5}{3}-\frac{3}{3}=\frac{5}{3}$
3. Tableau de valeurs

x	-2	-1	0	1	2
y	21	7	-1	-3	1

4. $f(-2)=21$ et $f(2)=1\neq f(-2)$ donc f n'est pas paire.
   $f(-2)=21$ et $f(2)=1\neq -f(-2)$ donc f n'est pas impaire
5. Courbe C



Exercice 3

On considère la fonction f définie sur [-3;3] par $f(x)=2x^2+3x$.

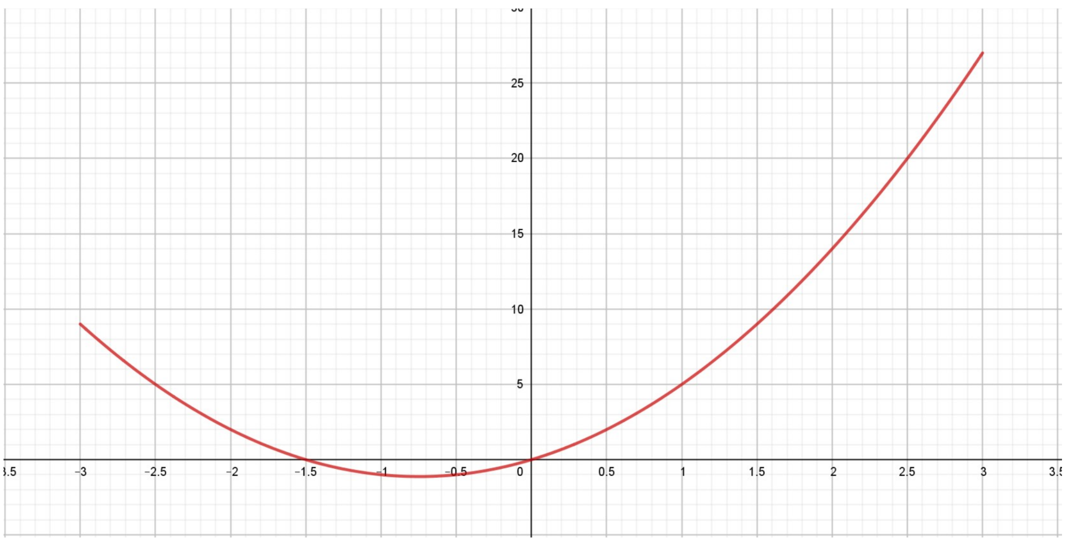
1. A l'aide de la calculatrice, dresser un tableau des valeurs de $f(x)$ pour x variant de -3 à 3 avec un pas de 1.
2. Dans un repère du plan, construire la courbe C_f
3. Vérifier l'exactitude de votre tracé avec celui obtenu sur votre calculatrice.
4. Démontrer par un calcul que le point $A(\frac{-1}{2};-1)$ appartient à C_f .
5. A l'aide de la calculatrice, déterminer les antécédents de 0.
6. Question de recherche : retrouver le résultat de la question 5, par le calcul.

Correction

1. Tableau de valeurs de $f(x)$

x	-3	-2	2	0	1	2	3
$f(x)$	9	2	-1	0	5	14	27

2. Courbe C_f



3. Vérification faite à la calculatrice
4. Pour $x=-\frac{1}{2}$ on $y=2\times(-\frac{1}{2})^2+3\times(-\frac{1}{2})=2\times\frac{1}{4}-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=\frac{-2}{2}=-1$

   donc $A(-\frac{1}{2};-1)\in C_f$
5. A l'aide de la calculatrice (Shift + G-Solv (F5) + Root(F1)) , on observe que les antécédents de 0 semblent être -1,5 et 0.
6. Déterminer les antécédents de 0 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=0$.

   $f(x)=0\Leftrightarrow 2x^2+3x=0\Leftrightarrow x(2x+3)=0\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 2x+3=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 2x=-3 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{-3}{2}$

Conclusion : Par le calcul, on a démontré que les antécédents de 0 par f sont bien : -1,5 et 0.

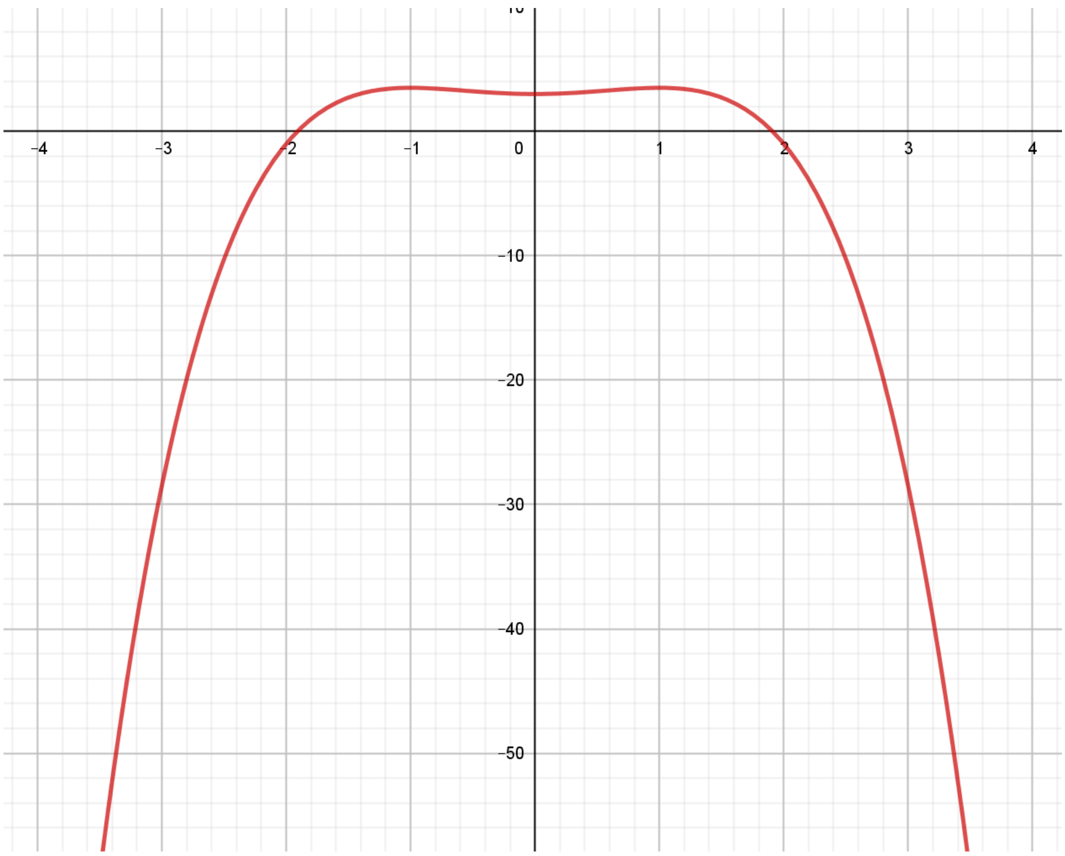
Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{-1}{2}x^4+x^2+3$.

1. Afficher la courbe C_f sur votre calculatrice.
2. La fonction f semble-t-elle paire ? Impaire ? Justifier votre réponse graphiquement.
3. Démontrer votre conjecture par le calcul.

Correction

1. Allure de la courbe C_f



2. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, symétrique par rapport à 0.
   De plus, la courbe C_f semble être symétrique par rapport à l'axe des ordonnées donc la fonction f semble être paire.
3. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, symétrique par rapport à 0.
   $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x)=-0{,}5\times(-x)^4+(-x)^2+3=-0{,}5x^4+x^2+3=f(x)$
   Conclusion : f est bien paire.