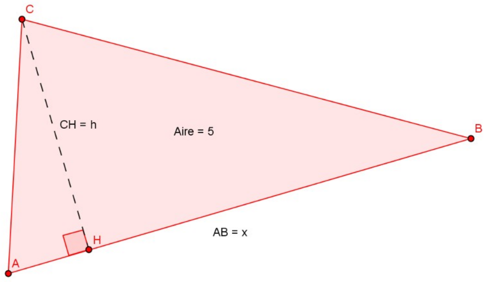
Exercice 1

On considère un triangle ABC d'aire égale à 5.
On note AB=x et h la hauteur issue de C de ce triangle.

(a) Exprimer la longueur h en fonction de x
(b) Quelle est la longueur h lorsque AB=20 ?



Correction

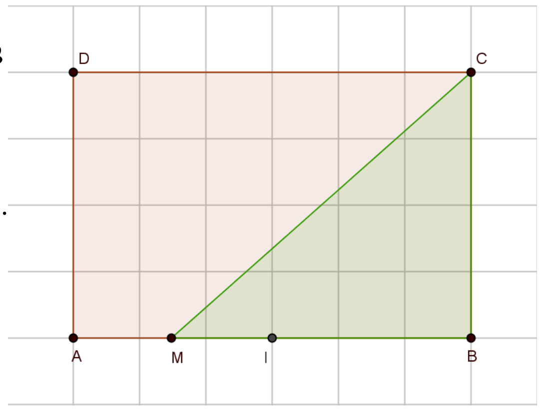
(a) $A_{ABC}=\frac{AB\times CH}{2}=\frac{x\times h}{2}$ donc $5=\frac{xh}{2}$ donc $h=\frac{10}{x}$

(b) Pour AB = 20 on obtient $h=\frac{10}{20}=0{,}5$

Exercice 2

Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle tel que AB = 6 et BC = 4. I est le milieu de [AB] et M est un point qui décrit le segment [AI] privé de A.

(a) Exprimer l'aire du triangle MBC en fonction de MB.
(b) Si l'on note x la longueur AM, à quel intervalle appartient x ?
(c) La fonction f associe au réel x l'aire du triangle MBC. Donner l'expression de f(x) et son ensemble de définition.



Correction

(a) $A_{MBC}=\frac{MB\times BC}{2}=\frac{MB\times 4}{2}=2\,MB$

(b) Si $x=AM$ alors $x\in]\,0;3]$.

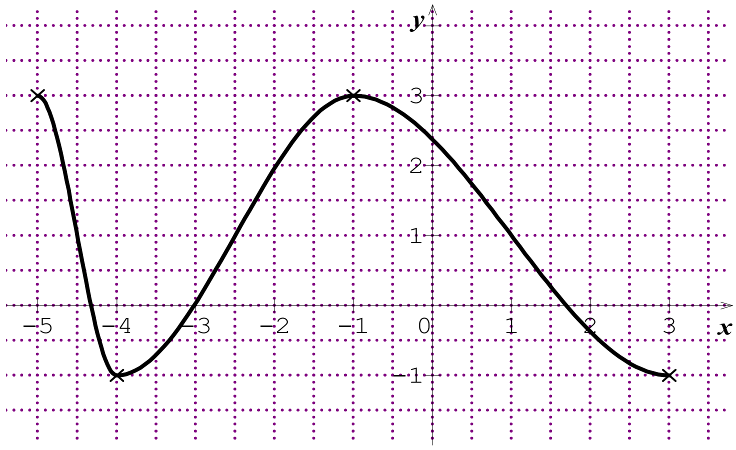
(c) $f(x)=2(6-x)=12-2x=-2x+12$ est une fonction affine définie sur $]\,0;3]$.

Exercice 3

La courbe (C) représentée ci-contre est celle d'une fonction f.

Déterminer :

- Son ensemble de définition
- L'image de -4 puis de -1
- Les antécédents de – 1, de 1 et de 3



Correction

- La fonction f est définie sur [-5;3]
- f(-4) =-1
- Les antécédents de -1 par f sont -4 et 3
- Les antécédents de 1 par f sont -4,5 ; -2,5 et 1
- Les antécédents de 3 par f sont -5 et 3

Exercice 4

Afin de mieux régler son chauffage, on peut relever la t° tous les jours à une heure donnée à l'aide d'un simple thermomètre et placer ces données dans un tableau.

Voici le relevé pour la première semaine d'avril :

Nombre du jour	1	2	3	4	5	6	7
T° relevée en °C	8	3	11	5	0	-1	3

(a) A quel $n^{ème}$ jour la T° 11°C a-t-elle été relevée ?

(b) Quelle T° est associée au 2ème et 7ème jours de cette semaine ?

Correction

(a) La T° 11°C a été relevée le 3ème jour.

(b) La T° associée au 2ème et 7ème jour est 3°C

Exercice 5

Le tableau de valeurs suivant permet d'associer, à chacun des nombres x du tableau, un nombre g(x).

x	-3	-1	0	1	1,5	2
g(x)	5	2	1	0,5	2	3

(a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?
(b) Quelle est l'image de 1 ?
(c) Quels sont les antécédents de 2 ?

Correction

(a) L'ensemble de définition de la fonction g est l'intervalle [-3;2].
(b) L'image de 1 par la fonction g est 0,5.
(c) Les antécédents de 2 par la fonction g sont -1 et 1,5.

Exercice 6

Soit h la fonction associant à chaque réel x, le triple de son carré augmenté de lui-même.

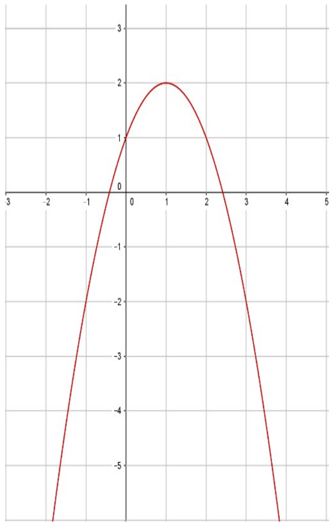
(a) Déterminer l'ensemble de définition de h
(b) Déterminer l'expression algébrique de h
(c) Calculer l'image de -2

Correction

(a) L'ensemble de définition de h est $\mathbb{R}$.
(b) $h(x)=3x^2+x$
(c) $h(-2)=3\times(-2)^2+(-2)=3\times4-2=12-2=10$

Exercice 7

La fonction f définie sur [-3 ; 3] par la courbe ci-contre.



1. Par lecture graphique :
   (a) Déterminer l'image de 1 par f , puis $f(-1)$ et $f(0)$.
   (b) Déterminer le ou les antécédents de 2 par f puis le ou les antécédents de 1 par f puis le ou les antécédents de -2 par f .

2. En utilisant le tableau de valeurs ci-dessous :
   (a) Déterminer l'image de -1,5 par f , l'image de 3 par f.
   (b) Déterminer le ou les antécédents de -0,25 par f

-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
-14	-10,25	-7	-4,25	-2	-0,25	1	1,75	2	1,75	1	-0,25	-2

3. On donne maintenant la formule définissant la fonction f, $f(x)=-x^2+2x+1$.
   (a) Retrouvez par le calcul tous les antécédents de 1 par f
   (b) Montrer que $(x+1)(-x+3)=-x^2+2x+3$
   (c) En déduire par le calcul tous les antécédents de -2 par f .
   (d) Vérifier vos résultats à l'aide du tableau et de la courbe

Correction

1. Par lecture graphique :
   (a) $f(1)=2 ; f(-1)=-2$ et $f(0)=1$
   (b) 2 admet un seul antécédent par f qui est 1
   1 admet exactement deux antécédents par f qui sont 0 et 2
   -2 admet exactement deux antécédents par f qui sont -1 et 3

2. (a) $f(-1{,}5)=-4{,}25$ et $f(3)=-2$.
   (b) -0,25 admet deux antécédents par f qui sont -0,5 et 2,5.

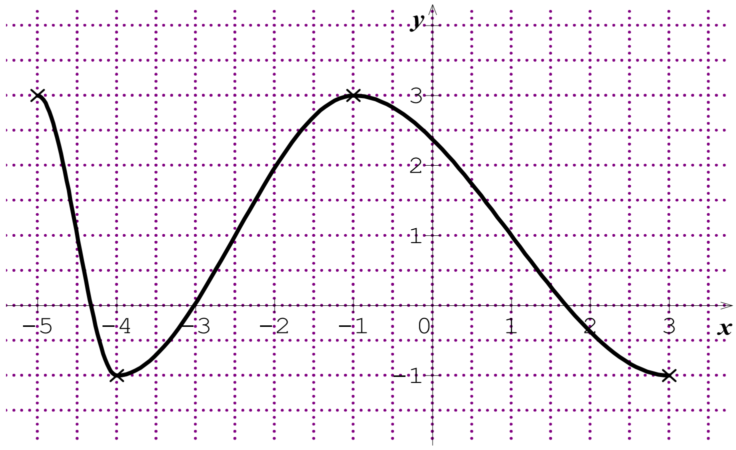
3. $f(x)=-x^2+2x+1$.
   (a) Déterminer les antécédents de 1 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=1$.
   $f(x)=1 \Leftrightarrow -x^2+2x+1=1 \Leftrightarrow -x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-x+2)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$
   donc 1 admet exactement deux antécédents par f qui sont 0 et 2.
   (b)
   $\forall x \in \mathbb{R}, (x+1)(-x+3)=x\times(-x)+x\times 3+1\times(-x)+1\times 3=-x^2+3x-x+3=-x^2+2x+3$
   (c) Déterminer les antécédents de -2 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=-2$.
   $f(x)=-2 \Leftrightarrow -x^2+2x+1=-2 \Leftrightarrow -x^2+2x+3=0 \Leftrightarrow (x+1)(-x+3)=0 \Leftrightarrow x=-1$ ou $x=3$
   donc -2 admet exactement deux antécédents par f qui sont -1 et 3.
   (d) On vérifie nos résultats à l'aide du tableau et de la courbe.

Exercice 8

La courbe représentée ci-contre est celle d'une fonction f .

Déterminer :

- Son ensemble de définition
- L'image de -4 puis de -1
- Les antécédents de – 1, de 1 et de 3 par la fonction f



Correction

- La fonction f est définie sur [-5;3]
- f(-4) =-1 et f(-1) = 3
- Les antécédents de -1 par f sont -4 et 3
- Les antécédents de 1 par f sont -4,5 ; -2,5 et 1
- Les antécédents de 3 par f sont -5 et -1

Exercice 9

On considère la fonction g définie sur l'intervalle [-2;2] par $g(x)=x^2+2x$

1. Sans calculatrice, compléter le **tableau de valeurs** suivant :

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$g(x)$									

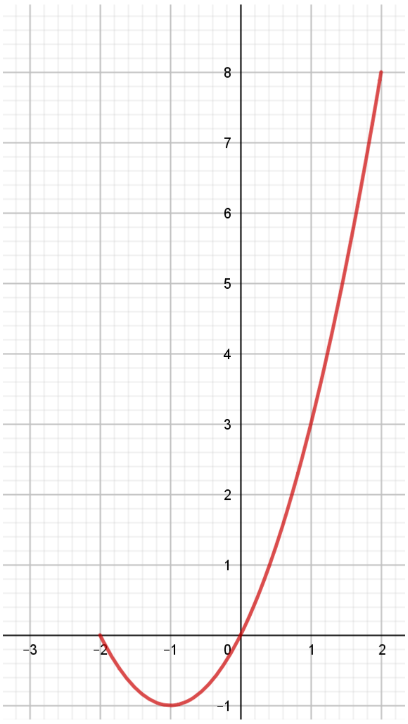
2. Dans le repère en annexe, placer les points ainsi obtenus dans le tableau de valeurs. Relier ces points à main levée. Vous obtenez ainsi la courbe C_g .
3. a) Par lecture graphique, le point K(1,1 ; 4) appartient-il à C_g ?
   (b) Par lecture graphique, le point L(0,2; 1) appartient-il à C_g ?
4. Vérifier, par le calcul, les réponses données à la question 3.

Correction

1.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$g(x)$	0	-0,75	-1	-0,75	0	1,25	3	5,25	8

2. Dans le repère suivant, on obtient la courbe C_g .



3. (a) Par lecture graphique, le point K(1,1 ; 4) semble appartenir à C_g ?
   (b) Par lecture graphique, le point L(0,2; 1) ne semble pas appartenir à C_g ?

4. (a) On a $g(1{,}1)=1{,}1^2+2\times1{,}1=1{,}21+2{,}2=4{,}41\neq4$ donc K(1,1 ; 4) n'appartient pas à C_g .
   (b) On a $g(0{,}2)=0{,}2^2+2\times0{,}2=0{,}04+0{,}4=0{,}44\neq1$ donc L(0,2; 1) n'appartient pas à C_g .

Exercice 10

1. Sachant que les fonctions ci-dessus sont définies sur [-2;2] par $f(x)=x^4-2x^2$ et par $g(x)=x^3-2x$, montrer, par le calcul, que f est une fonction paire et g une fonction impaire.
2. Les points A(-1;-1) et B(1,5 ; 0) appartiennent-ils à C_f ? Justifier vos réponses par un calcul.
3. Calculer l'ordonnée du point C situé sur la courbe C_g dont l'abscisse est $x_c=-1$

Correction

1. f est définie sur [-2;2] qui est symétrique par rapport à 0.
De plus, $\forall -2\leqslant x\leqslant 2, f(-x)=(-x)^4-2\times(-x)^2=x^4-2x^2=f(x)$.
Conclusion : f est une fonction paire.

g est définie sur [-2;2] qui est symétrique par rapport à 0.
De plus, $\forall -2\leqslant x\leqslant 2, g(-x)=(-x)^3-2\times(-x)=-x^3+2x=-(x^3-2x)=-g(x)$.
Conclusion : g est une fonction impaire.

2. $f(-1)=(-1)^4-2\times(-1)^2=1-2\times 1=-1$ donc A(-1;-1) appartient à C_f .
$f(1{,}5)=(1{,}5)^4-2\times(1{,}5)^2=5{,}0625-2\times 2{,}25=5{,}0625-4{,}5=0{,}5625\neq 0$ donc B(1,5 ; 0) n'appartient pas à C_f .

3. $g(x_C)=g(-1)=(-1)^3-2\times(-1)=-1-2=-3$ donc $y_C=-3$.

Exercice 11

Voici le tableau de variation d'une fonction g définie sur [-3;4]

x	-3		0		2		4
g	1	↘	-4	↗	0	↘	-3

1. Décrire les variations de la fonction g
2. Comparer, si possible et en justifiant :
   - $g(-3)$ et $g(-1)$
   - $g(1)$ et $g(3)$
3. Lire le maximum de g sur [0;4] et son minimum sur [-3;4]
4. Tracer une courbe susceptible de représenter graphiquement la fonction g.

Correction

1. g est décroissante sur [-3;0] puis croissante sur [0;2] et enfin décroissante sur [2;4].
2. $-3 \leq -1$ et g est décroissante sur [-3;0] donc $g(-3) \geq g(-1)$
   On ne peut pas comparer $g(1)$ et $g(3)$ car g n'est pas monotone sur [1;3].
3. Sur l'intervalle [0;4], g admet un maximum en $x = 2$ qui vaut 0.
   Sur l'intervalle [-3;4], g admet un minimum en $x = 0$ qui vaut -4.
4. Ci-dessous, une courbe possible, à main levée, représentant la fonction g.