La calculatrice est interdite

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ est l'inéquation $e^{3x-5}=1$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ est l'inéquation $(3-x)(1-e^{-2x})\geqslant 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2e^{2x}-e^{x}=1$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ est l'inéquation $2e^{2x}+e^{x}-3\leqslant 0$.

Exercice 2

Une entreprise pharmaceutique fabrique un soin antipelliculaire. Elle peut produire entre 200 et 2000 litres de produit par semaine. Le bénéfice, en dizaines de milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de centaines de litres est donné par la fonction B définie par $B(x)=(5x-30)e^{-0,25x}$ pour $x\in[2;20]$.

1. Calculer le bénéfice réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litres de produit. On donnera le résultat en dizaine de milliers d'euros sous sa valeur exacte.
2. Vérifier et justifier que pour la fabrication et la vente de 400 litres de produit, l'entreprise est déficitaire.
3. Résoudre l'inéquation $B(x)\geqslant 0$. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
4. On admet que B est dérivable sur $[2;20]$ et on note B' sa dérivée.
   (a) Calculer $B'(x)$ puis montrer que $B'(x)=(-1,25x+12,5)e^{-0,25x}$.

   (b) Déterminer les variations puis tableau de la fonction B variations sur $[2;20]$.

   (c) En déduire la quantité que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser le bénéfice maximal.

Exercice 3

Une collectivité locale octroie une subvention de 116610 € pour le forage d'une nappe d'eau souterraine.
Une entreprise estime que le forage du premier mètre coûte 130 € ; le forage du deuxième mètre coûte 52 € de plus que celui du premier mètre ; le forage du troisième mètre coûte 52 € de plus que celui du deuxième mètre, etc.
Plus généralement, le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52 € de plus que celui du mètre précédent.
Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note u_n le coût du forage du n-ième mètre en euros et S_n le coût du forage de n mètres en euros. Ainsi $u_1 = 130$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. (a) Préciser la nature de la suite (u_n) .
   (b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n, pour tout n entier naturel non nul.
3. Calculer S_2 puis S_3.
4. Afin de déterminer le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec une subvention S octroyée, on considère la fonction Python ci-contre :

   Compléter cet algorithme de sorte que l'exécution de la fonction nombre_metre(S) renvoie le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec une subvention S octroyée.

```
Def nombre_metre(S) :
        C = 130
        n = 1
        while C < S :
                C = ….
                n = ….
        return (….)
```

5. On admet que pour tout entier naturel n non nul, $S_n = 26\,n^2 + 104\,n$.
   (a) Justifier que déterminer la valeur n retourner par l'algorithme pour la subvention S = 116 610 € revient à résoudre l'inéquation
   (E) : $26\,n^2 + 104\,n - 116610 \geq 0$.
   (b) On admet qu'après simplification (E) est équivalente à
   (E') : $n^2 + 4\,n - 4485 \geq 0$ avec $\Delta = 134^2$.
   En déduire la valeur n renvoyée par l'algorithme. Vous justifierez rigoureusement votre réponse.