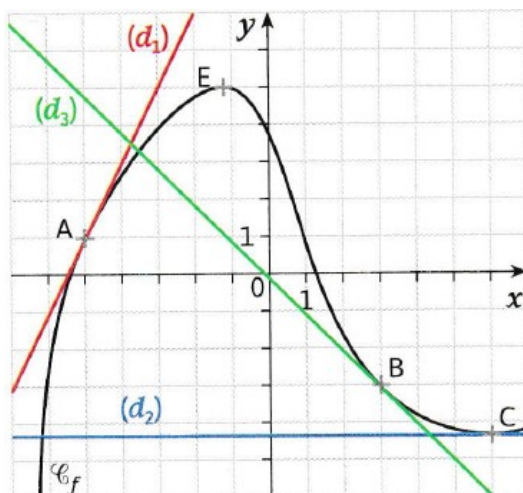


**Exercice 1**

On a tracé ci-contre la courbe  $C_f$  représentative d'une fonction  $f$ , ainsi que ses tangentes  $(d_1), (d_2)$  et  $(d_3)$ .

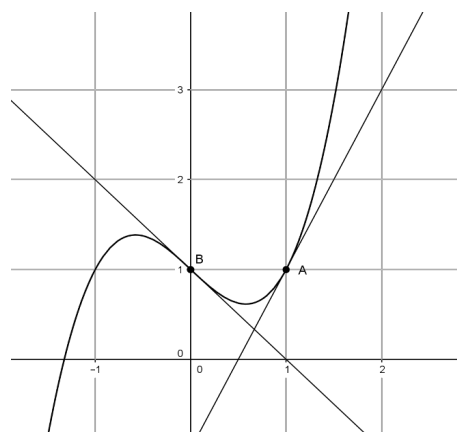
1. Lire graphiquement les nombres dérivés  $f'(-5)$ ,  $f'(3)$  et  $f'(6)$ .
2. Le point E a pour abscisse -1,1. Lire graphiquement le nombre dérivé  $f'(-1,1)$ .



**Exercice 2**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  admet la représentation graphique  $C_f$  ci-dessous. On a également représenté les tangentes à  $C_f$  au point A d'abscisse 1 et B d'abscisse 0.

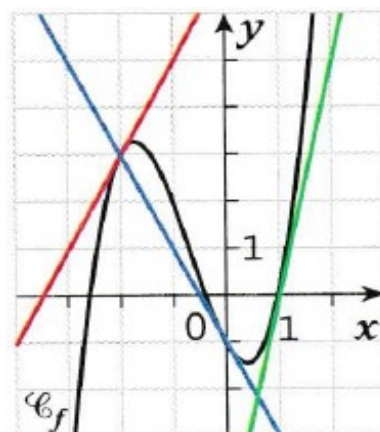
1. Déterminer par lecture graphique les nombres dérivés de  $f$  en 1 et en 0.
2. On admet que la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse -0,8 est horizontale. Déterminer  $f'(-0,8)$ .



**Exercice 3**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe représentative  $C_f$  est donnée ci-contre. On a représenté les tangentes à  $C_f$  au point d'abscisses respectives -2 ; 0 et 1.

1. Déterminer graphiquement les nombres dérivés  $f'(-2)$ ,  $f'(0)$  et  $f'(1)$ .
2. Déterminer par lecture graphique le nombre de valeurs de  $a$  pour lesquelles  $f'(a) = 0$



**Exercice 4**

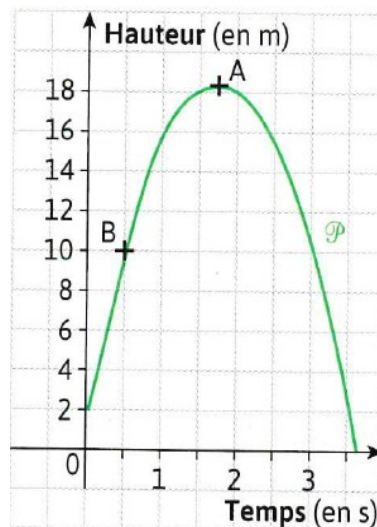
Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -x^2 + 2x$ .

1. Calculer  $g(3)$ .
2. A l'aide de la calculatrice, faire un tableau de valeurs de  $\frac{g(x) - g(3)}{x - 3}$  pour  $x$  variant de 2,95 à 3,05 avec un pas de 0,01.
3. Conjecturer alors  $g'(3)$ .

**Exercice 5**

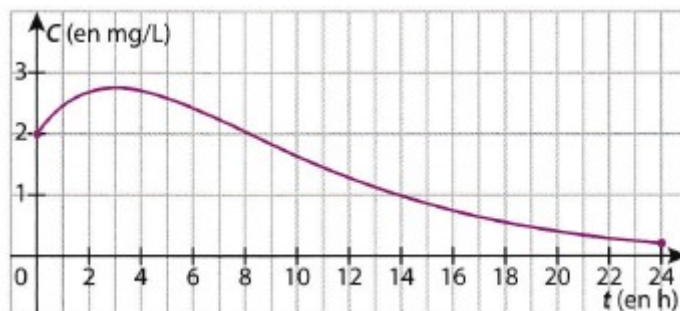
La courbe ci-dessous représente la trajectoire d'un boulet de canon, la hauteur étant donnée en fonction du temps. On place sur la courbe les points A et B d'abscisses respectives 1,75 et 0,5.

1. Que peut-on dire de la tangente à la courbe au point A ? En déduire la vitesse instantanée du boulet de canon au bout de 1,75 s.
2. Antonio affirme que le vitesse instantanée du boulet au bout de 0,5 s est comprise entre 10 m/s et 15 m/s. Valider ou infirmer l'affirmation d'Antonio.



**Exercice 6**

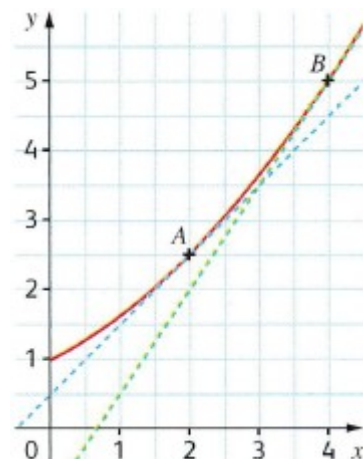
La concentration d'un médicament dans le sang (en mg/L) est donnée par une fonction  $C$  représentée en fonction du temps  $t$  (en h) par la courbe ci-dessous.



1. Quelle est la vitesse instantanée de l'évolution de la concentration au départ ?
2. Quelle est la vitesse instantanée de l'évolution de la concentration après 8h ?
3. Pour quelle valeur de  $t$  la vitesse d'évolution de la concentration est-elle nulle ?
4. Sur quel intervalle  $C'(t) > 0$  ?

**Exercice 7**

Une entreprise fabrique des pièces métalliques pour vélos. Le coût total de production, en dizaine de milliers d'euros, de  $x$  milliers de pièces est donné par une fonction  $f$  dont la courbe est tracée ci-contre. Deux tangentes sont représentées en pointillés au point A et B.



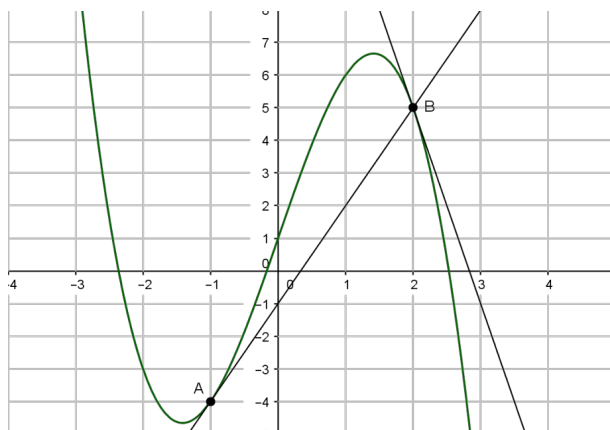
1. Déterminer le coût total de fabrication lorsque l'entreprise fabrique 2000 pièces, puis lorsqu'elle fabrique 4000 pièces.
2. Par lecture graphique, déterminer  $f'(2)$  puis  $f'(4)$ .
3. Interpréter les résultats obtenus dans le contexte de l'exercice.

**Exercice 8**

Soit  $C_f$  la courbe représentative d'une fonction  $f$  dérivable en  $-1$ . On sait que  $f(-1)=2$  et  $f'(-1)=-3$ . Écrire une équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point d'abscisse  $-1$ .

**Exercice 9**

Voici la représentation graphique  $C_f$  d'une fonction  $f$ . A et B sont les points d'abscisses respectives  $-1$  et  $2$ . On a également représenté les tangentes à  $C_f$  au point A et B.



1. Déterminer par lecture graphique  $f'(-1)$ ,  $f(-1)$ ,  $f'(2)$  et  $f(2)$ .
2. En déduire une équation réduite de chacune de ces tangentes.

**Exercice 10**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=x^2-x$  et  $C_f$  sa courbe représentative.

1. On donne  $f'(2)=3$ . Déterminer une équation de la tangente à la courbe en son point A d'abscisse 2.
2. Contrôler le résultat en utilisant la calculatrice.

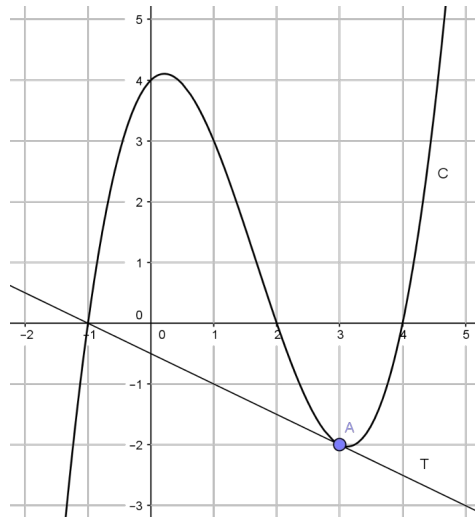
**Exercice 11**

Soit  $C_f$  la courbe représentative d'une fonction  $f$  dérivable en 4. La droite  $T$ , d'équation  $y = -3x - 2$ , est tangente à la courbe  $C_f$  au point  $A$  d'abscisse 4. Déterminer  $f'(4)$  et  $f(4)$

**Exercice 12**

Sur la graphique ci-contre,  $C$  est la courbe représentative d'une fonction  $f$  dérivable et la droite  $T$  est la tangente à  $C$  au point  $A(3; -2)$ .

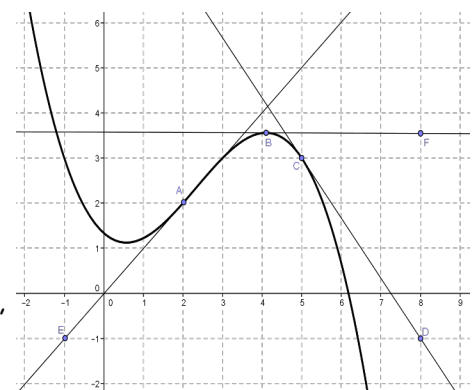
1. Par lecture graphique, déterminer la valeur de  $f'(3)$ .
2. Déterminer une équation réduite de la tangente  $T$ .
3. Une équation de la tangente à  $C$  au point d'abscisse 1 est  $y = -2,5x + 5,5$ . En déduire  $f'(1)$ .
4. On donne  $f'(0) = 1$ . Tracer sur le graphique la tangente  $T'$  à  $C$  au point d'abscisse 0.



**Exercice 13**

Sur le graphique ci-contre,  $C_f$  est la courbe représentative d'une fonction  $f$  dérivable et les tangentes  $(AE)$ ,  $(BF)$  et  $(CD)$  à  $C_f$  aux points  $A(2; 2)$ ,  $B(4; 3,6)$  et  $C(5; 3)$ . On donne  $D(8; -1)$  et  $E(-1; -1)$ .

1. Par lecture graphique, déterminer la valeur de  $f'(2)$ ,  $f'(4,1)$  et  $f'(5)$ .
2. Déterminer une équation réduite des tangentes  $(AE)$ ,  $(BF)$  et  $(CD)$ .
3. Une équation de la tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0 est  $y = -0,8x + 1,3$ . En déduire  $f'(0)$ .
4. On donne  $f'(1) = 0,5$ . Tracer sur le graphique la tangente  $T'$  à  $C_f$  au point d'abscisse 1.



**Exercice 14**

Tracer une représentation graphique d'une fonction  $g$  vérifiant les données suivantes :  
 $g(-2) = 0$  ;  $g(0) = 3$  ;  $g(2) = 2$  et  $g(3) = 0$  ainsi que  $g'(-2) = 3$  ;  $g'(0) = 0$  ;  
 $g'(2) = \frac{-2}{3}$  et  $g'(3) = -3$ .

**Exercice 15**

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes.

- 1.  $f(x) = 7$
- 2.  $g(x) = -3x + 2$
- 3.  $h(x) = 5x^2 + 2x + 9$
- 4.  $a(x) = 4x^3 + 6x^2 - 5x + 3$

**Exercice 16**

Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes.

- 1.  $f(x) = 4 - x$
- 2.  $g(x) = -3x^2 + 5x + 7$
- 3.  $h(x) = -2x^3 + 6x^2 - 7x + \frac{1}{3}$
- 4.  $a(x) = \frac{x^3}{4} - x^2 + x + 1$

**Exercice 17**

- 1. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 + 6x^2$ . Montrer que  $f'(x) = 6x(x + 2)$ .
- 2. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3x^3 - x$ . Montrer que  $g'(x) = (3x - 1)(3x + 1)$ .
- 3. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $h(x) = x^3 + x^2 - 8x + 2$ . Montrer que  $h'(x) = (3x - 4)(x + 2)$ .
- 4. Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $a(x) = 8x^3 - 21x^2 - 27x + 54$ . Montrer que  $a'(x) = (4x - 9)(6x + 3)$ .

**Exercice 18**

Pour chacune des fonctions définies pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse  $a$ .

- 1.  $f(x) = 3x - 5$  et  $a = 2$ .
- 2.  $g(x) = x^2 - 3x + 2$  et  $a = 3$ .
- 3.  $h(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  et  $a = -1$ .

**Exercice 19**

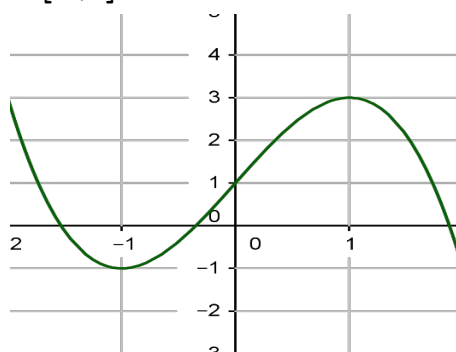
Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 - 3x$ .

- 1. Calculer  $g'(x)$ .
- 2. Montrer que les tangentes à la courbe de  $g$  aux points d'abscisses  $-2$  et  $2$  sont parallèles.

**Exercice 20**

Sur le graphe ci-dessous est représentée une fonction  $f$  définie sur  $[-2; 2]$ .

- 1. Par lecture graphique, déterminer le sens de variation de  $f$  sur  $[-2; 2]$ .
- 2. En déduire le tableau de signe de  $f'$  sur  $[-2; 2]$ .

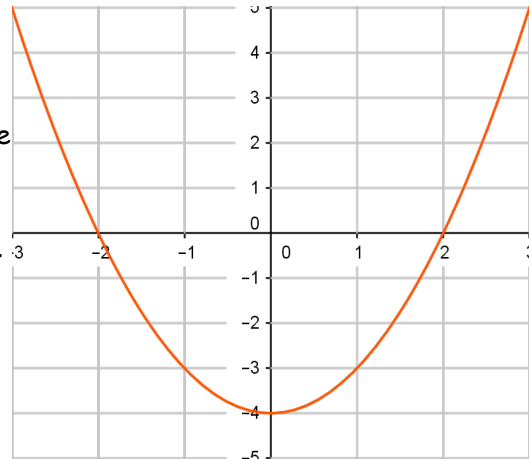


**Exercice 21**

Soit  $f$  une fonction dérivable sur  $[-3;3]$ .

On donne la courbe représentative de  $f'$  ci-contre.

1. Par lecture graphique, déterminer le tableau de signe de  $f'(x)$  sur  $[-3;3]$ . En déduire le tableau de variation de  $f$  sur  $[-3;3]$ .
2.  $a$  et  $b$  sont deux réels de  $[0;2]$  tels que  $a < b$ . Comparer  $f(a)$  et  $f(b)$ .

**Exercice 22**

Après avoir calculé la dérivée et étudié le signe de la dérivée, établir le tableau de variation des fonctions suivantes sur  $\mathbb{R}$ .

1.  $f(x) = 3x^2 + 7x + 10$ .
2.  $g(x) = -x^2 + 3x + 4$ .
3.  $h(x) = 4x - 7$ .

**Exercice 23**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 63x + 10$ .

1. Calculer  $f'(x)$ .
2. Montrer que  $f'(x) = (3x - 9)(x + 7)$ .
3. Après avoir dresser le tableau de signe de  $f'(x)$ , en déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 24**

Une étude de marché sur les panneaux solaires permet d'estimer que la production mensuelle d'un fabricant devra être comprise entre 1500 et 3000 panneaux solaires. L'évolution du bénéfice de ce fabricant (en centaines d'euros) généré par la vente de  $x$  centaines de panneaux solaires est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[15;30]$  par  $f(x) = -2x^2 + 90x - 400$ .

1. Calculer  $f'(x)$ .
2. Étudier le signe de  $f'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $f$  sur  $[15;30]$ .
3. Pour quelle production mensuelle le bénéfice est-il maximal ? Quelle est alors sa valeur ?

**Exercice 25**

Une entreprise fabrique des masques chirurgicaux. Le coût moyen de production d'un masque dépend de la quantité produite. Ce coût moyen est donné, en euros, par la fonction  $C$  définie sur  $[0;5]$  par

$$C(x) = 0,5x^2 - 3x + 4,52, \text{ où } x \text{ est le nombre de masques fabriqués, en millions.}$$

1. Lorsque l'entreprise produit 500 000 masques, quel est le coût moyen de fabrication d'un masque ?
2. Calculer  $C'(x)$ .
3. Étudier le signe de  $C'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $C$  sur  $[0;5]$ .
4. Pour quelle quantité de masques produits le coût moyen est-il minimal ? Quelle est alors le coût moyen minimal de fabrication d'un masque ?

**Exercice 26**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0;10]$  par  $f(x) = 1000x^3 - 1500x^2 - 60000x + 400000$ .

1. Calculer  $f'(x)$ .
2. Montrer que  $f'(x) = (30x - 150)(100x + 400)$ .
3. Déterminer le signe de  $f'(x)$  sur  $[0;10]$  et en déduire le tableau de variation de  $f$ .
4. Le responsable d'un syndicat mixte d'adduction d'eau déclarait : « La fonction  $f$  définie ci-dessus correspond au remplissage de notre retenue d'eau durant les onze derniers mois. De 400 000  $m^3$ , nous avons vu le volume baisser et grâce à des pluies abondantes, le volume est remonté jusqu'à 650 000  $m^3$ . Quel a été le volume d'eau minimum dans la retenue sur cette période de onze mois ?

**Exercice 27**

On veut réaliser un placard ayant la forme d'un parallélépipède droit. Pour  $x \in [0;12]$ , sa largeur et sa profondeur sont égal à  $x$  dm. Sa hauteur est égal à  $12 - x$  dm.

1. Démontrer que l'expression du volume de ce placard en fonction de  $x$  est  $V(x) = 12x^2 - x^3$ .
2. Calculer la dérivée de  $V$ .
3. Factoriser  $V'(x)$ .
4. Étudier le signe de  $V'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $V$  sur  $[0;12]$ .
5. Déterminer pour quelle valeur de  $x$  le volume de ce placard est maximal.

**Exercice 28**

Dès le III<sup>ème</sup> siècle avant J-C, Euclide s'est intéressé à la recherche d'un maximum. Son problème était le suivant : soit un segment  $[AB]$  ; où faut-il placer un point  $C$  sur ce segment pour que le produit  $AC \times BC$  soit maximal ?

Résoudre ce problème.

**Exercice 29**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ .

1. Montrer qu'elle admet en un point  $A$  une tangente de coefficient directeur  $-2$ .  
On indiquera les coordonnées de  $A$  et on donnera une équation de cette tangente.
2. Cette fonction admet-elle des tangentes horizontales ? Si oui, en quels points ?
3. Tracer la tangente en  $A$  et les éventuelles tangentes horizontales dans un repère puis la courbe représentative de  $f$ .

**Exercice 30**

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 4x$  et  $g(x) = -2x^2 + 2x - 3$ .

On note  $C$  et  $P$  leurs courbes représentatives respectives.

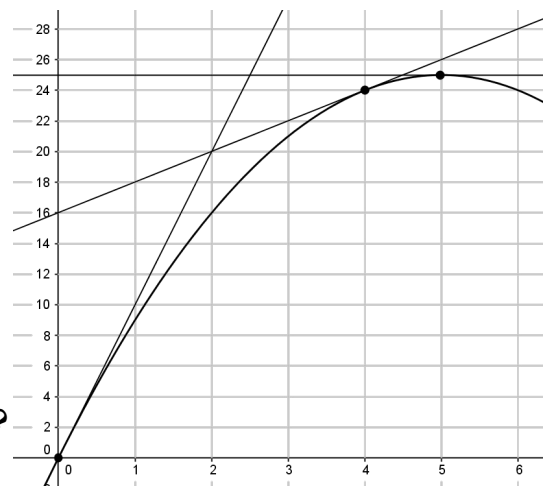
1. Montrer que la tangente  $T_f$  à  $C$  au point d'abscisse  $1$  et la tangente  $T_g$  à  $P$  au point d'abscisse  $1$  sont parallèles.
2. Les tangentes  $T_f$  et  $T_g$  sont-elles confondues ?
3. Déterminer l'équation réduite de  $T_f$ .

**Exercice 31**

La position d'une bille en fonction du temps  $t$  est donnée par la courbe  $C$  ci-contre.

On a également tracé les tangentes à  $C$  aux points d'abscisses  $0$  ;  $4$  et  $5$ .

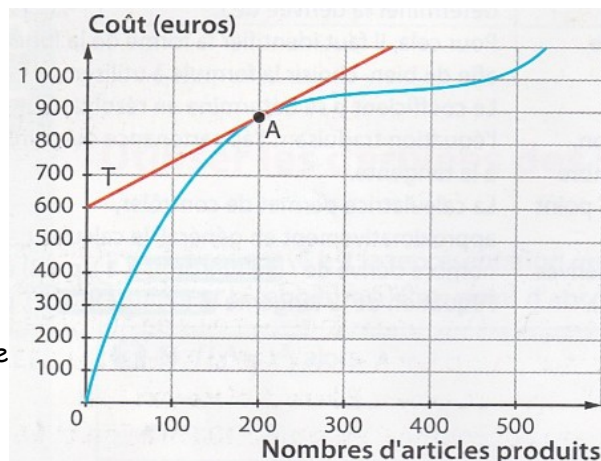
1. Déterminer par lecture graphique la vitesse instantanée initiale.
2. Déterminer la vitesse instantanée aux instants :  
 $t = 4$  et  $t = 5$ .
3. Comment évolue la vitesse instantanée de la bille ?



**Exercice 32**

Sur le graphique ci-contre est représenté le coût total  $C$ , exprimé en euros, en fonction du nombre d'articles produits et la tangente  $T$  à cette courbe au point d'abscisse 200.

Cette tangente passe par les points  $A(200; 880)$  et  $B(0; 600)$ .



1. Par lecture graphique, déterminer le coût fixe, c'est à dire le coût lorsqu' aucun article n'est produit.
2. Déterminer le coût total pour 200 articles produits, noté  $C(200)$ .
3. On appelle coût marginal au rang 200 le coût engendré par la fabrication du 200ème article. Une valeur approchée de ce coût est le nombre dérivé de la fonction  $C$  en 200. Déterminer une valeur approchée de ce coût marginal au rang 200.
4. Expliquer la démarche à réaliser graphiquement afin de déterminer le coût marginal le plus faible. Pour combien d'articles produits ce coût marginal le plus faible est-il obtenu ?

**Exercice 33**

Afin de modéliser la trajectoire d'un lancer de ballon de basket d'un joueur, on étudie la fonction  $f$  définie sur  $[0;6]$  par  $f(x) = -0,4x^2 + 2,2x + 2$  où  $x$  est la distance, en mètre, parcourue horizontalement par le ballon et  $f(x)$  est la hauteur du ballon correspondante.

1. De quelle hauteur le ballon est-il lancé ?
2. Calculer  $f'(x)$ .
3. Étudier le signe de  $f'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $f$  sur l'intervalle  $[0;6]$ .
4. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de ce lancer ?
5. Un panier de basket est situé à 3,05 mètres de haut et se trouve à 5 mètres du joueur. Le ballon peut-il rentrer dans le panier ?

**Exercice 34**

Lors du transport de l'électricité depuis un générateur vers un récepteur, les câbles électriques fonctionnent comme des résistances et dissipent par effet Joule une partie de l'énergie destinée au récepteur. La puissance perdue par effet Joule dépend de l'intensité du courant et de la résistance du câble. Dans un réseau électrique donné dont l'intensité peut varier entre 1 A et 5 A, on a obtenu la formule suivante, reliant la puissance  $P$  dissipée, en watts, et l'intensité  $I$  du courant en ampères :

$P(I) = 0,3I^2 - 2,4I + 9$ . Déterminer la valeur de l'intensité du courant pour laquelle la puissance dissipée est minimale.

**Exercice 35**

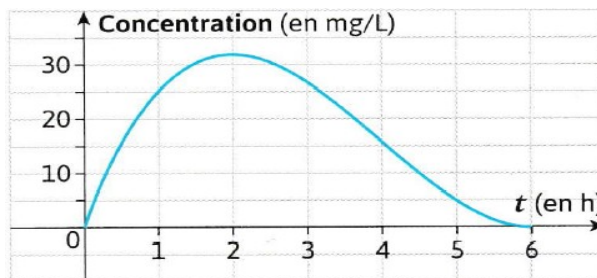
Dans le Périgord, un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogrammes de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe.

On désigne par  $x$  le nombre de kilogrammes de truffes traités chaque semaine et par  $f(x)$  le coût total en euros pour la production de  $x$  kg de truffes. Pour ce producteur,  $f(x) = x^3 - 60x^2 + 975x$ . De plus, chaque kilogramme de truffes conditionné est vendu 450 euros.

- Déterminer le coût total de production de 10 kg de truffes.
- On note  $R(x)$  la recette correspondant à la vente de  $x$  kg de truffes. Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
- Démontrer que le bénéfice  $B(x)$  réalisé par le fabricant pour  $x$  kg de truffes conditionnés et vendus s'écrit  $B(x) = -x^3 + 60x^2 - 525x$ .
- Calculer  $B'(x)$  et montrer que  $B'(x) = (x-35)(-3x+15)$ .
- Étudier le signe de  $B'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $B$  sur  $[0; 45]$ .
- Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du fabricant est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice maximal ?

**Exercice 36**

Un médicament est administré à un patient. L'évolution de la concentration du produit actif dans le sang (en mg/L) en fonction du temps  $t$  (en h) est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[0; 6]$  par  $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$  et représentée par la courbe ci-dessous.



- Lire graphiquement la valeur maximale de la concentration du produit actif dans le sang.
- Calculer  $f'(t)$  et montrer que  $f'(t) = (3t-6)(t-6)$ .
- En déduire le tableau de variation de la fonction  $f$  sur  $[0; 6]$ .
- Confirmer ou infirmer le résultat de la question 1.
- La notice du médicament indique : « au bout de 5 heures, la concentration dans le sang du produit actif est inférieure à 20% de sa valeur maximale ». Est-ce vrai ?

**Exercice 37**

Une entreprise vend un tissu en coton de forme rectangulaire de 1 mètre de large. On note  $x$  sa longueur exprimée en kilomètres,  $x$  étant un réel compris entre 0 et 10. Le coût total de production en euros de ce tissu est donné, en fonction de  $x$ , par  $C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 350x + 1000$ .

Le cours du marché offre un prix de 530€ le kilomètre de tissu fabriqué par l'entreprise.

Pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0; 10]$ , on note  $R(x)$  la recette et  $B(x)$  le bénéfice générés par la production et la vente de  $x$  kilomètres de tissu par l'entreprise.

1. Déterminer le montant des coûts fixes.
2. Calculer le coût de production, la recette et le bénéfice générés par la production et la vente de 4 kilomètres de tissus.
3. Exprimer  $R(x)$  en fonction de  $x$ .
4. Montrer que, pour tout  $x \in [0; 10]$ , on a  $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 1000$ .
5. Calculer  $B'(x)$  et montrer que  $B'(x) = (-45x - 30)(x - 6)$ .
6. Étudier le signe de  $B'(x)$  et en déduire le tableau de variation de  $B$  sur  $[0; 10]$ .
7. Pour quelle longueur de tissu produit et vendu l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice maximal ? Donner alors la valeur de ce bénéfice maximal.