**Exercice 1**

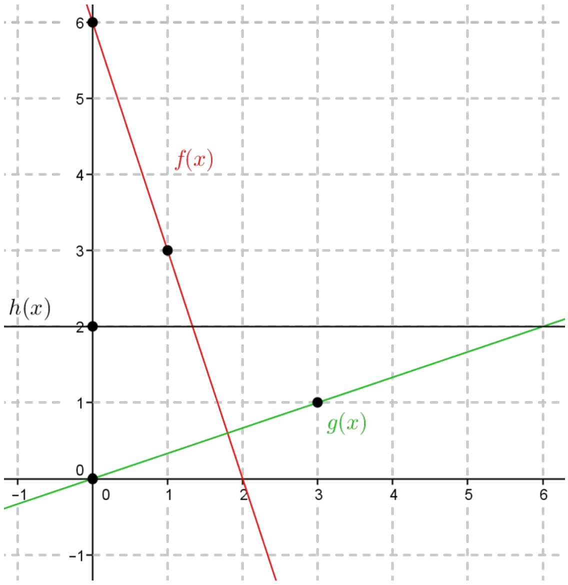
Soit *f*, *g* et *h* les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-3x+6$ , $g(x)=\frac{1}{3}x$ et $h(x)=2$

1. Préciser le sens de variation de ces trois fonctions.
2. Tracer les représentations graphiques de ces trois fonctions dans un repère.

Correction

1. Les fonctions *f*, *g* et *h* sont affines donc leur sens de variation dépend du signe du coefficient directeur.
   Le coefficient directeur de la fonction *f* est $-3<0$ donc *f* est décroissante sur $\mathbb{R}$ .
   Le coefficient directeur de la fonction *g* est $\frac{1}{3}>0$ donc *g* est croissante sur $\mathbb{R}$ .
   Le coefficient directeur de la fonction *h* est $0$ donc *h* est constante sur $\mathbb{R}$ .

2. Les fonctions *f*, *g* et *h* sont affines donc leur représentation graphique sont des droites.
   En utilisant les notions de coefficient directeur et d'ordonnée à l'origine, on obtient les droites ci-contre.



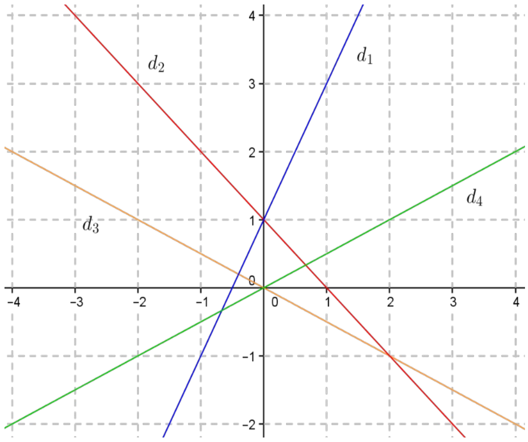
**Exercice 2**

On donne ci-dessous quatre droites $d_1, d_2, d_3, d_4$ et trois fonctions $f, g, h$ définies par :

$f(x)=-0{,}5x$ ; $g(x)=1-x$ et $h(x)=2x+1$

1. Parmi ces droites, déterminer la représentation graphique de $f$ , puis celle de $g$ et de $h$ .

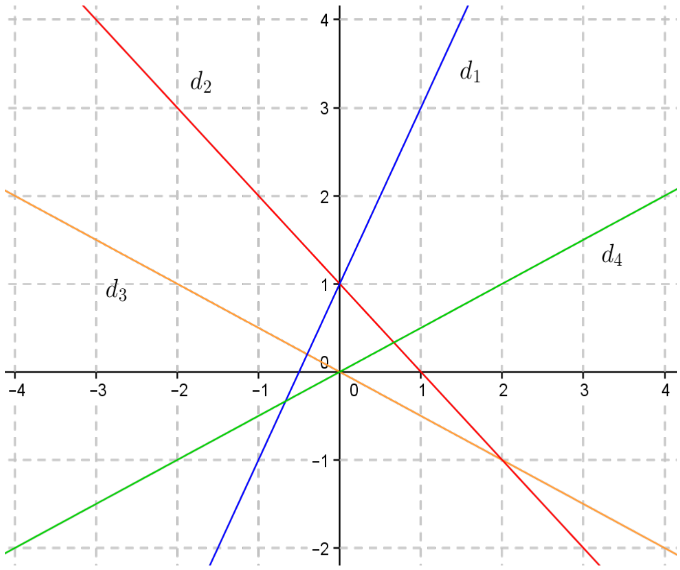
2. Déterminer l'expression de la fonction dont la représentation graphique est la droite $d_4$ .




Correction

1. En utilisant les valeurs de coefficient et d'ordonnée à l'origine, *f* est représentée par la droite $d_3$ , *g* est représentée par la droite $d_2$ et *h* est représentée par la droite $d_1$ .

2. En utilisant les valeurs de coefficient et d'ordonnée à l'origine, l'expression de la fonction dont la représentation graphique est la droite $d_4$ est
   $x \rightarrow \frac{1}{2}x$ .



**Exercice 3**
Soit $f$ la fonction affine définie sur IR telle que $f(-4)=-14$ et $f(5)=13$ .

1. Calculer le taux d'accroissement de la fonction $f$ entre -4 et 5.
2. En déduire l'expression $f(x)$ .
3. Préciser le sens de variation de cette fonction.

Correction

1. Le taux d'accroissement de la fonction $f$ entre -4 et 5 est $\frac{f(5)-f(-4)}{5-(-4)}=\frac{13-(-14)}{9}=\frac{27}{9}=3$ .

2. $f$ est une fonction affine donc le taux d'accroissement est constant et égal au coefficient directeur donc $f(x)=3x+b$ . De plus $f(-4)=-14$ donc $3\times(-4)+b=-14$ donc $-12+b=-14$ ainsi $b=-14+12=-2$ . On a alors $f(x)=3x-2$ .

3. La fonction $f$ est affine donc son sens de variation dépend du signe du coefficient directeur. Le coefficient directeur de la fonction $f$ est $3>0$ donc f est croissante sur IR .

**Exercice 4**
Soit $f$ et $g$ les fonctions affines définies sur IR par $f(x)=2x+10$ et $g(x)=-6x+18$ .
Dresser le tableau de signe de chacune de ces fonctions.

Correction

$f(x)=2x+10$ est une fonction affine définie sur IR . On a :

$2x=0\Leftrightarrow 2x=-10\Leftrightarrow x=\frac{-10}{2}=-5$ et $2x+10<0\Leftrightarrow 2x<-10\Leftrightarrow x<\frac{-10}{2}\Leftrightarrow x<-5$

On déduit le tableau de signe de $f$ sur IR

| $x$ | $-\infty$ | | $-5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

$g(x)=-6x+18$ est une fonction affine définie sur IR . On a :

$-6x+18=0\Leftrightarrow -6x=-18\Leftrightarrow x=\frac{-18}{-3}\Leftrightarrow x=6$ et $-6x+18>\Leftrightarrow -6x>-18\Leftrightarrow x<\frac{-18}{-6}\Leftrightarrow x<3$

On en déduit le tableau de signe de $g$ sur IR

| $x$ | $-\infty$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

**Exercice 5**

Soient $f$ et $g$ les fonctions affines définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=142x+5600$ et $g(x)=-5x+1324$ .

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\leq 22000$ .
2. En déduire le plus grand entier naturel *n* tel que $f(n)\leq 22000$ .
3. Dresser le tableau de signe de $g(x)$ .
4. A l'aide du tableau précédent, déterminer le plus petit entier naturel *n* tel que $g(n)$ soit négatif.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)<g(x)$ .

Correction

1. $f(x)\leq 22000 \Leftrightarrow 142x+5600\leq 22000 \Leftrightarrow 142x\leqslant 16400 \Leftrightarrow x\leqslant \dfrac{16400}{142}$

   $142x+5600\leq 22000 \Leftrightarrow 142x\leqslant 16400 \Leftrightarrow x\leqslant \dfrac{16400}{142} \Leftrightarrow x\leqslant \dfrac{8200}{71}$

   Conclusion : $S=]-\infty ; \dfrac{8200}{71}]$

2. $\dfrac{16400}{142}\approx 115{,}49$ donc le plus grand entier naturel $n$ tel que $f(n)\leq 22000$ est 115.

3. $-5x+1324=0 \Leftrightarrow -5x=-1324 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1324}{-5}=264{,}8$

   $-5x+1324<0 \Leftrightarrow -5x<-1324 \Leftrightarrow x>\dfrac{-1324}{-5} \Leftrightarrow x>264{,}8$

   On en déduit le tableau de signe de $g(x)$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $264.8$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

4. Le plus petit entier naturel $n$ tel que $g(n)$ soit négatif est 265.

5. $f(x)<g(x) \Leftrightarrow 142x+5600<-5x+1324 \Leftrightarrow 147x<-4276 \Leftrightarrow x<\dfrac{-4276}{147}$

   Conclusion : $S=]-\infty ;-\dfrac{4276}{147}[$

**Exercice 6**

1. Soit $(u_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=n^2$ . Déterminer $u_0, u_1, u_2$ et le 16ème terme.
2. Soit $(v_n)$ la suite définie pour tout entier naturel *n* par $v_n=\frac{1}{2}n+3$ .
   Calculer les termes d'indices 2, 3 et le 8ème terme.
3. Soit $(w_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $w_n=\frac{1}{3}$ .
   Calculer les termes d'indice 3, 4 et le 8ème terme.

Correction

1. $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=n^2$ . On déduit $u_0=0^2=0 ; u_1=1^2=1 ; u_2=2^2=4$ .
   La suite commence à $u_0$ , le 16ème terme est donc $u_{15}=15^2=225$

2. $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=\frac{1}{2}n+3$ . On déduit $v_2=\frac{1}{2}\times 2+3=4 ; v_3=\frac{1}{2}\times 3+3=\frac{9}{2}$ .
   La suite commence à $v_0$ , le 8ème terme est dionc $v_7=\frac{1}{2}\times 7+3=\frac{13}{2}$
3. $\forall n\in\mathbb{N}^* w_n=\frac{1}{3}$ . On déduit $w_3=\frac{1}{3} ; w_4=\frac{1}{3}$ .
   La suite commence à $w_1$ , le 8ème terme est donc $w_8=\frac{1}{3}$

**Exercice 7**

1. Soit $(v_n)$ la suite définie par son premier terme $v_0=3$ et la relation de récurrence $v_{n+1}=3v_n-2$ pour tout $n\in\mathbb{N}$ . Déterminer $v_1, v_2$ et $v_3$ .

2. Soit $(u_n)$ , la suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ par $u_1=5$ et la relation de récurrence $u_{n+1}=u_n+\frac{2}{n}$ . Déterminer les 3 premiers termes de la suite.

Correction

1. $\forall n\in\mathbb{N}, v_{n+1}=3v_n-2$ et $v_0=3$ . On déduit :
   $v_1=3v_0-2=3\times 3-2=7 ; v_2=3v_1-2=3\times 7-2=19$ et $v_3=3v_2-2=3\times 19-2=55$

2. $u_1=5$ et pour $n\in\mathbb{N}^*$ , $\forall n\in\mathbb{N}^* u_{n+1}=u_n+\frac{2}{n}$ . On déduit :
   $u_2=u_1+\frac{2}{1}=5+2=7$ et $u_3=u_2+\frac{2}{2}=7+1=8$

**Exercice 8**
On donne les premiers termes d'une suite. S'agit-il des termes successifs d'une suite arithmétique ? Si oui, en donner la raison

1. 3 ; 8 ; 11 ; 16 ; 19 ; 24...
2. 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23...
3. 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96...

Correction

1. 3 ; 8 ; 11 ; 16 ; 19 ; 24... : Non car on ajoute 5 puis 3
2. 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23... : Oui, la raison est égale à 4
3. 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96... : Non on ajoute 3 puis 6

**Exercice 9**
Dire et justifier si les suites suivantes sont arithmétiques. Si oui, en préciser la raison.

1. $u_n=3n-2$ .
2. $v_0=3$ et pour tout entier naturel $n$ , $v_{n+1}=3v_n$ .
3. $w_1=2$ et pour tout entier naturel $n$ non nul, $w_{n+1}=w_n+n$ .

Correction

1. $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=3n-2$ . On déduit :
   $u_0=3\times 0-2=-2 ; u_1=3\times 1-2=1$ et $u_2=3\times 2-2=4$
   Ainsi $u_1=u_0+3$ et $u_2=u_1+3$ donc la suite semble arithmétique de raison 3.
   Il faut le prouver pour tous les entiers $n\in\mathbb{N}$ .
   Soit $n\in\mathbb{N}$ . On a $u_{n+1}-u_n=3(n+1)-2-(3n-2)=3n+3-2-3n+2=3$
   donc $u_{n+1}=u_n+3$ donc la suite $(u_n)$ est bien arithmétique de raison 3.

2. $\forall n\in\mathbb{N}, v_{n+1}=3v_n$ et $v_0=3$ . On déduit :
   $v_0=3 ; v_1=3\times v_0=3\times 3=9$ et $v_2=3\times v_1=3\times 9=27$ .
   Ainsi, $v_1-v_0=6$ et $vb_2-v_1=18\neq 6$ donc la suite $(v_n)$ n'est pas arithmétique.

3. $\forall n\in\mathbb{N}^*, w_{n+1}=w_n+n$ et $w_1=2$ . On déduit :
   $w_1=2 ; w_2=w_1+1=2+1=3$ et $w_3=w_2+2=3+2=5$
   Ainsi, $w_2-w_1=3-2=1$ et $w_3-w_2=5-3=2\neq 1$ donc la suite $(w_n)$ n'est pas arithmétique.

**Exercice 10**

1. Soit $(u_n)$ la suite arithmétique de premier terme $u_0=15$ et de raison $r=4$ .
   Calculer les termes $u_1$ et $u_2$ .
2. Déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)$ .
3. Donner l'expression du terme général de la suite $(u_n)$ .
4. En déduire le 31ème terme de la suite $(u_n)$ .
5. Soit $(v_n)$ la suite définie par son premier terme $v_1=9$ et la relation de récurrence $v_{n+1}=v_n+12{,}7$ pour tout entier naturel *n* non nul. Quelle est la nature de la suite $(v_n)$ ? Justifier.
6. En déduire que pour tout entier naturel *n* non nul $v_n=-3{,}7+12{,}7n$ .
7. Calculer le terme $v_{27}$ .

Correction

1. $u_1=u_0+4=15+4=19$ et $u_2=u_1+4=19+4=23$ .
2. $r=4>0$ donc la suite arithmétique $(u_n)$ est croissante.
3. Comme la suite $(u_n)$ est arithmétique, $\forall n\in\mathbb{N}, u_n=u_0+nr=15+4n$ .
4. Le 31ème terme est $u_{30}=15+4\times30=135$ .
5. La suite $(v_n)$ est arithmétique de raison $r=12{,}7$ car on ajoute toujours 12,7.
6. Comme la suite $(v_n)$ est arithmétique, pour tout entier naturel *n* non nul :
   $v_n=v_1+(n-1)r=9+12{,}7(n-1)=9+12{,}7n-12{,}7=-3{,}7+12{,}7n$ .
7. $v_{27}=-3{,}7+12{,}7\times27=339{,}2$ .

**Exercice 11**

Soit $(u_n)$ la suite arithmétique telle que $u_5=-2$ et $u_{10}=-18$ . Calculer $u_{50}$

Correction

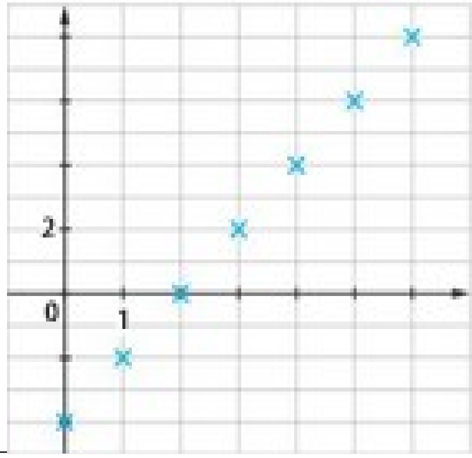
Comme la suite $(u_n)$ est arithmétique, on a $u_{10}=u_5+5r$ donc $-18=-2+5r$ donc $5r=-16$ donc $r=\frac{-16}{5}=-3{,}2$ .

Comme la suite $(u_n)$ est arithmétique, on a $u_{50}=u_{10}+(50-10)\times r$ d'où :

$u_{50}=-18+(50-10)\times(-3{,}2)=-18+40\times(-3{,}2)=-146$

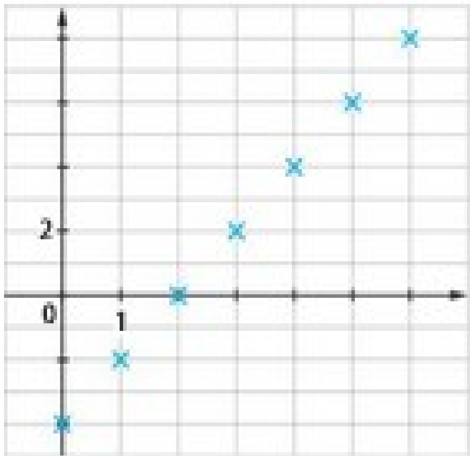
**Exercice 12**

On donne la représentation graphique ci-contre des premiers termes d'une suite arithmétique $(v_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ .




1. Déterminer par lecture graphique le premier terme $v_0$ et la raison *r* de cette suite.
2. En déduire l'expression du terme général de $(v_n)$ .
3. Déterminer graphiquement l'indice à partir duquel tous les termes de la suite sont strictement supérieur à 5.
4. Retrouvez le résultat par le calcul.

Correction




1. Par lecture graphique, $v_0=-4$ et $r=2$
2. Comme $(v_n)$ est arithmétique alors $\forall n\in\mathbb{N}, v_n=v_0+nr=-4+2n$ .
3. Graphiquement l'indice à partir duquel tous les termes de la suite sont strictement supérieur à 5 est 5.
4. $v_n>5 \Leftrightarrow -4+2n>5 \Leftrightarrow 2n>9 \Leftrightarrow n>4{,}5$ .
   On retrouve ainsi l'indice 5.

**Exercice 13**

1. Le tarif de location d'une maison, fixé initialement à 7000€ par an, augmente de 400€ chaque année. L'évolution du montant annuel du loyer est-elle discrète ou continue ? Préciser son type de croissance.
2. Une facture d'électricité se compose d'une taxe fixe (abonnement) à laquelle s'ajoute le prix en euros de la consommation d'électricité en kWh. Dire si l'évolution de la facture suivant le consommation est discrète ou continue, puis préciser son type de croissance.

Correction

1. L'évolution est discrète car c'est une évolution par année. C'est une évolution en croissance linéaire.
2. L'évolution est continue caron peut calculer pour n'importe quelle consommation. C'est une évolution en croissance linéaire.

**Exercice 14**
Dans la métropole de Lyon, le tarif de l'eau est le suivant : un abonnement annuel de 44,91€ et 2,84€ par mètre cube consommé.

1. Déterminer le prix payé par un ménage consommant 120 $m^3$ par an.
2. Soit *f* la fonction qui, à tout réel *x* de $[0;+\infty[$, associe le prix payé annuellement pour une consommation d'eau de $x\ m^3$. Exprimer $f(x)$ en fonction de $x$.
3. Déterminer le sens de variation de la fonction *f* et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. En 2021, un ménage a payé 475,17€. Quelle quantité d'eau cette famille a-t-elle consommée ?
5. A partir de quelle quantité d'eau consommée, la facture d'eau dépasse-t-elle 600€ ? On arrondira le résultat au $dm^3$.

Correction

1. $44{,}91+120\times2{,}84=385{,}71$ donc le prix payé par un ménage consommant 120 $m^3$ par an est de 385,71€.

2. $f(x)=44{,}91+2{,}84x$.

3. La fonction $f$ est affine donc son sens de variation dépend du signe du coefficient directeur. Le coefficient directeur de la fonction $f$ est $2{,}84>0$ donc $f$ est croissante sur $[0;+\infty[$. Cela signifie que plus la consommation d'eau augmente, plus la facture augmente.

4. On cherche *x* tel que $f(x)=475{,}17$.

$$f(x)=475{,}17\Leftrightarrow44{,}91+2{,}84x=475{,}17\Leftrightarrow2{,}84x=430{,}26\Leftrightarrow x=\frac{430{,}26}{2{,}84}=151{,}5$$

Conclusion : la famille a consommé $151{,}5\,m^3$

5. On cherche la plus petite valeur de *x* tel que $f(x)>600$

$$f(x)>600\Leftrightarrow44{,}91+2{,}84x>600\Leftrightarrow2{,}84x>555{,}09\Leftrightarrow x>\frac{555{,}09}{2{,}84}\approx195{,}4542$$

Conclusion : A partir de $195{,}455\,m^3$, la facture d'eau dépassera 600€.

**Exercice 15**

En France, l'unité de température est le degré Celsius, noté °C. Dans certains pays anglo-saxons, l'unité est le degré Fahrenheit, noté °F.
La conversion des degrés Celsius en degré Fahrenheit s'obtient à l'aide d'une fonction affine $f$ qui à une température en degré Celsius *x* associe la température $f(x)$ en degré Fahrenheit.
Pour un californien, l'eau gèle à 32°F et bout à 212°F.

1. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction *f* et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. A l'aide de cette expression algébrique, quelle est la température du corps humain en °F ?
4. A l'aide de cette expression algébrique, s'il fait 90°F à Los Angeles, est-ce une température supportable ? Justifier.
5. A l'aide de cette expression algébrique, peut-on trouver une température qui s'exprime par le même nombre en °C et en °F ?

Correction

1. L'eau gèle à 0°C donc $f(0)=32$ et l'eau bout à 100°C donc $f(100)=212$ ainsi le taux d'accroissement de la fonction *f* entre 0 et 100 est $\dfrac{f(100)-f(0)}{100-0}=\dfrac{212-32}{100}=\dfrac{180}{100}=1,8$ .

   $f$ est une fonction affine donc le taux d'accroissement est constant et égal au coefficient directeur donc $f(x)=1,8x+b$ .
   De plus $f(0)=32$ donc $1,8\times 0+b=32$ donc $b=32$ .
   Conclusion : $f(x)=1,8x+32$ .

2. La fonction $f$ est affine donc son sens de variation dépend du signe du coefficient directeur.
   Le coefficient directeur de la fonction $f$ est $1,8>0$ donc *f* est croissante sur $\mathbb{R}$ .
   *Cela signifie que plus la température en degré Celsius augmente, plus la température en degré Fahrenheit augmente.*

3. La température du corps humain est de 37°C et $f(37)=98,6$ donc la température du corps humain est de 98,6°F.

4. On cherche $x$ tel que $f(x)=90$ .
   $$f(x)=90 \Leftrightarrow 1,8x+32=90 \Leftrightarrow 1,8x=58 \Leftrightarrow x=\frac{58}{1,8}\approx 32,2$$
   Conclusion : La température de 90°F correspond à 32,2°C, il fera donc chaud mais supportable.

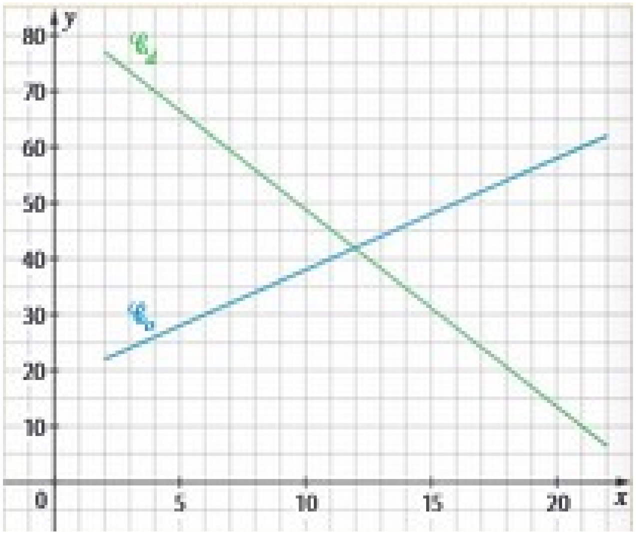
5. On cherche $x$ tel que $f(x)=x$ .
   $$f(x)=x \Leftrightarrow 1,8x+32=x \Leftrightarrow 32=x-1,8x \Leftrightarrow 32=0,2x \Leftrightarrow x=\frac{32}{-0,2}=-40$$
   Conclusion : -40°C correspond à -40°F

**Exercice 16**

On considère un produit dont le prix de la tonne est, en euros, noté $x$ . La demande $d(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix de $x$ euros la tonne. L'offre $o(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix de $x$ euros la tonne.

Pour un prix $x$ compris entre 2 et 22, on a : $d(x)=-3{,}5x+84$ et $o(x)=2x+18$

1. Calculer $d(5)$ et $o(5)$ .
2. Que se passe-t-il sur le marché si le prix de la tonne de ce produit est de 5€ ?
3. Calculer $d(20)$ et $o(20)$ .
4. Que se passe-t-il sur le marché si le prix de la tonne de ce produit est de 20€ ?
5. Déterminer le sens de variation des fonctions $d$ et $o$ puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
6. Les courbes de $d$ et $o$ sont représentées ci-après. On appelle prix d'équilibre de ce produit le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales. Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.




7. Retrouver le prix d'équilibre à l'aide d'un calcul.

Correction

Pour un prix $x$ compris entre 2 et 22, on a : $d(x)=-3{,}5x+84$ et $o(x)=2x+18$

1. $d(5)=-3{,}5\times5+84=66{,}5$ et $o(5)=2\times5+18=28$ .
2. Si le prix de la tonne de ce produit est de 5€ alors la demande est supérieure à l'offre.
3. $d(20)=-3{,}5\times20+84=14$ et $o(20)=2\times20+18=58$ .
4. Si le prix de la tonne de ce produit est de 20€ alors l'offre est supérieure à la demande.
5. Les fonctions $d$ et $o$ sont affines donc leur sens de variation dépend du signe du coefficient directeur. Le coefficient directeur de la fonction $d$ est $-3{,}5<0$ donc $d$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ .
   Le coefficient directeur de la fonction $o$ est $2>0$ donc $o$ est croissante sur $\mathbb{R}$ .
   Cela signifie que plus le prix de la tonne augmente, plus la demande diminue et plus l'offre augmente.

6. D'après le graphique le prix d'équilibre est 12€ la tonne (abscisse du point d'intersection des eux droites).
7. On cherche $x$ tel que $d(x)=o(x)$ .

   $$d(x)=o(x)\Leftrightarrow -3,5x+84=2x+18\Leftrightarrow +5,5x=-66\Leftrightarrow x=\frac{-66}{-5,5}=12$$

   Conclusion : Le prix d'équilibre est 12€ la tonne.