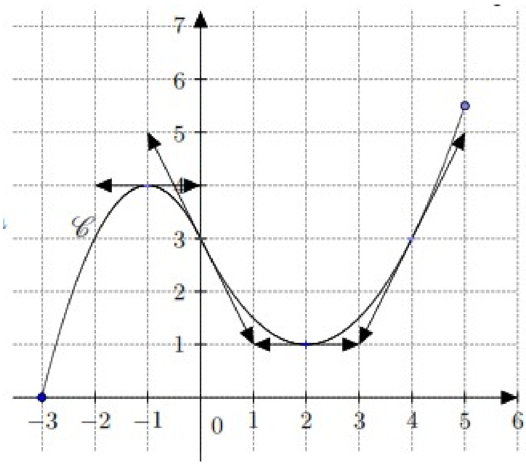
La calculatrice est autorisée

Exercice 1

On donne ci-contre la courbe (C) représentative d'une fonction f .
On a tracé les tangentes aux quatre points d'abscisses respectives -1 ; 0 ; 2 et 4.



1. Lire graphiquement $f(4) et f'(4)$.
2. Par lecture graphique, donner l'équation réduite de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
3. Pour quelle(s) valeur(s) du réel a observe-t-on que $f'(a)=0$?

Exercice 2

Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

$f_1(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^3}$ pour $x>0$ $\qquad$ $f_2(x)=\frac{x^2-4}{2\sqrt{x}}$ pour $x>0$ $\qquad$ $f_3(x)=\frac{x^3-1}{x^4+1}$ pour $x\in\mathbb{R}$

Exercice 3

f est une fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x)=\frac{x+4}{x+2}$ et C_f sa courbe représentative.

1. Montrer que $f'(2)=-\frac{1}{8}$.
2. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_2 à C_f au point d'abscisse 2.

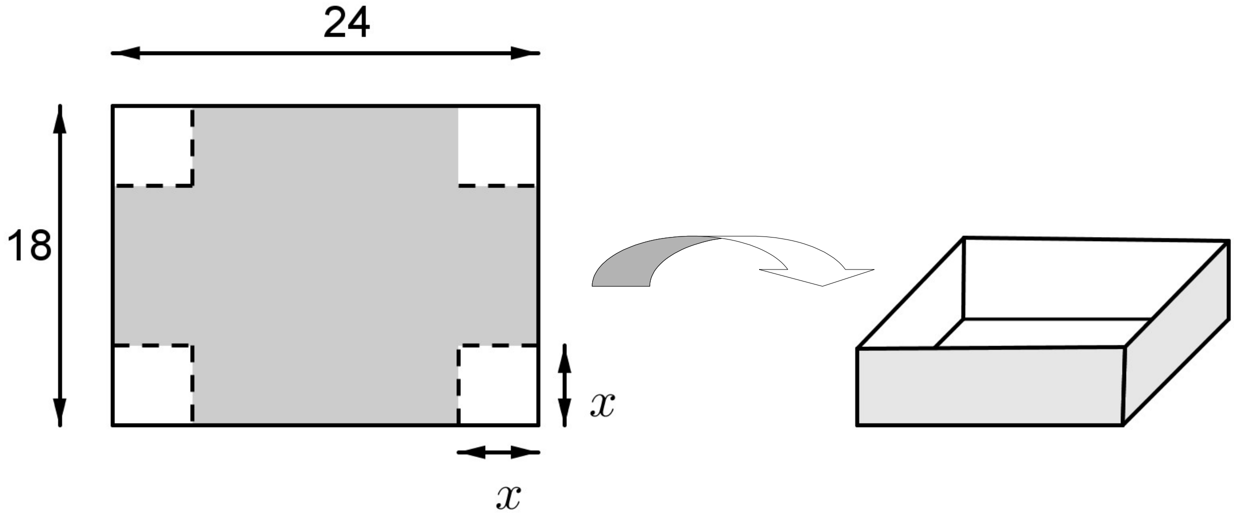
Exercice 4

Une entreprise extrait et vend une matière première, en tonnes. Pour x tonnes vendues, elle réalise un bénéfice, en euro, donné par la fonction $B(x)=-x^3+10x^2+2975x$ définie sur l'intervalle [0;50] .

1. Calculer $B'(x)$.
2. Étudier le signe de $B'(x)$.
3. Dresser le tableau de variations de B .
4. Déterminer la quantité de matière première, en kg, que l'entreprise doit vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est alors le montant de ce bénéfice en euro ?

Exercice 5

Un industriel souhaite fabriquer une boîte sans couvercle à partir d'une plaque de métal de 18 cm de largeur et de 24 cm de longueur. Pour cela, il enlève des carrés dont la longueur du côté mesure x cm aux quatre coins de la pièce de métal et relève ensuite verticalement pour fermer les côtés.



Le volume de la boîte ainsi obtenue est une fonction définie sur l'intervalle $[0;9]$ notée $V(x)$.

1. Montrer que pour tout réel x appartenant à [0;9], $V(x)=4x^3-84x^2+432x$.

2. Pour quelle(s) valeur(s) de x la contenance de la boîte est-elle maximale ?

Exercice 6

Une petite entreprise artisanale fabrique des répliques d'objets antiques. Au maximum, elle peut en produire 25 par jour. Le coût total de production, en euro, dépend du nombre x d'objets fabriqués. Il est donné par la fonction de coût exprimée par $C(x)=0{,}1x^2+30x+40$. Le coût unitaire d'un produit est donné par la fonction C_M définie par $C_M(x)=\dfrac{C(x)}{x}$.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction C dans le contexte de l'exercice ?
2. À combien s'élèvent les coûts fixes quotidiens ?
3. Quel est l'ensemble de définition de la fonction C_M dans le contexte de l'exercice ?
4. Quel est le coût de production, en euro, d'un objet si la production est de 10 unités ?
5. Montrer que $C_M(x)=0{,}1x+30+\dfrac{40}{x}$.
6. Calculer $C'_M(x)$ et démontrer que $C'_M(x)$ peut s'écrire sous la forme $C'_M(x)=\dfrac{0{,}1(x-20)(x+20)}{x^2}$.
7. Déterminer, en justifiant, le signe de cette dérivée.
8. Dresser le tableau de variation de C_M .
9. Pour quel nombre de répliques d'objets antiques le coût unitaire est-il minimal ?
10. Calculer le coût unitaire minimal.