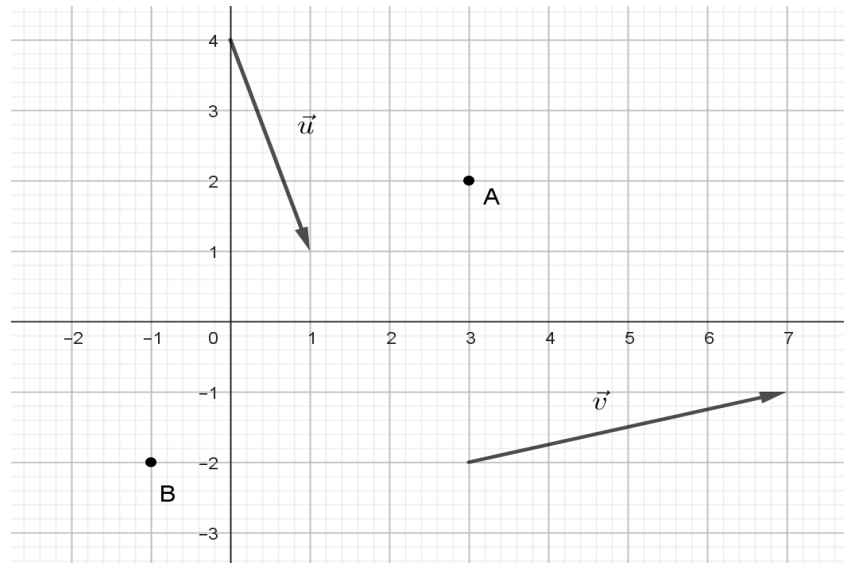


Exercice 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé ci-contre.

Dans ce repère :

1. Lire l'affixe du point A et du point B.
2. Lire l'affixe du vecteur \vec{u} et \vec{v}



Exercice 2

Soient \vec{u}_1 et \vec{u}_2 deux vecteurs du plan complexe d'affixe respective $z_1 = -4i + 7$ et $z_2 = 3 - i$. Déterminer l'affixe du vecteur $2\vec{u}_1 - 3\vec{u}_2$.

Exercice 3

Soit $A(-1+2i)$, $B(-3-4i)$ et $C(-7+i)$ trois points du plan complexe.

1. Calculer $z_{\vec{AB}}$.
2. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.
3. Déterminer l'affixe du centre I du parallélogramme ABCD. Justifier.

Exercice 4

1. Dans le plan complexe, les points A et B ont pour affixe respective $1 - 4i$ et $3 - i$. Déterminer AB.
2. Déterminer, l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z tels que :

- (a) $|z - 1 + 4i| = 4$
- (b) $|z - 1 + 4i| = |z - 3 + i|$

Exercice 5

Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $z = \frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Exercice 6

1. Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $z_1 = \frac{-\sqrt{5}}{2} + i\frac{\sqrt{15}}{2}$.
2. Écrire sous forme trigonométrique puis algébrique le nombre complexe z_2 de module égal à 3 et d'argument $-\frac{2\pi}{3}$.
3. Déterminer la forme algébrique de $z_3 = 4(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i\sin(\frac{5\pi}{6}))$.

Correction

Exercice 1

1. $A(3+2i)$ et $B(-1-2i)$
2. $\vec{u}(1-3i)$ et $\vec{v}(4+i)$

Exercice 2

Soient \vec{u}_1 et \vec{u}_2 deux vecteurs du plan complexe d'affixe respective $z_1 = -4i+7$ et $z_2 = 3-i$. On a :

$$z_{2\vec{u}_1-3\vec{u}_2} = 2(-4i+7) - 3(3-i) \Leftrightarrow z_{2\vec{u}_1-3\vec{u}_2} = -8i+14-9+3i \Leftrightarrow z_{2\vec{u}_1-3\vec{u}_2} = 5-5i$$

Exercice 3

Soit $A(-1+2i)$, $B(-3-4i)$ et $C(-7+i)$ trois points du plan complexe.

1. $z_{\vec{AB}} = z_B - z_A = (-3-4i) - (-1+2i) = -3-4i+1-2i = -2-6i$.
2. $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$
 $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow z_{\vec{AB}} = z_{\vec{DC}}$
 $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow (-2-6i) = (-7+i) - z_D$
 $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow z_D = (-7+i) - (-2-6i)$
 $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow z_D = -5+7i$
3. $ABCD$ est un parallélogramme donc son centre I est le milieu de la diagonale $[AC]$.
 On déduit que $z_I = \frac{z_A + z_C}{2} = \frac{(-1+2i) + (-7+i)}{2} = \frac{-8+3i}{2} = -4 + \frac{3}{2}i$.

Exercice 4

1. Dans le plan complexe, les points A et B ont pour affixe respective $1-4i$ et $3-i$.
 $z_{\vec{AB}} = z_B - z_A = (3-i) - (1-4i) = 2+3i$ donc $AB = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$
2. Déterminer, l'ensemble des points M du plan complexe d'affixe z tels que :
 - (a) $|z-1+4i|=4 \Leftrightarrow |z-(1-4i)|=4 \Leftrightarrow |z-z_A|=4 \Leftrightarrow AM=4 \Leftrightarrow M \in C(A;4)$
 - (b) $|z-1+4i|=|z-3+i| \Leftrightarrow |z-z_A|=|z-z_B| \Leftrightarrow AM=BM \Leftrightarrow M \in \text{méd}_{[AB]}$

Exercice 5

Déterminer le module et l'argument du nombre complexe $z = \frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{18}{4} + \frac{18}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$$

$$z = \frac{3\sqrt{2}}{2} - i\frac{3\sqrt{2}}{2} = 3\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right) \text{ donc } \arg(z) \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]$$

Exercice 6

1. Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $z_1 = \frac{-\sqrt{5}}{2} + i \frac{\sqrt{15}}{2}$.

$$|z_1| = \sqrt{\left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{15}{4}} = \sqrt{\frac{20}{4}} = \sqrt{5}$$

$$z_1 = \sqrt{5} \left(\frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{5} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right)$$

2. Écrire sous forme trigonométrique puis algébrique le nombre complexe z_2 de module égal à 3 et d'argument $-\frac{2\pi}{3}$.

$$z_2 = 3 \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right) = 3 \left(-\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{3}{2} - i \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

3. Déterminer la forme algébrique de $z_3 = 4 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right)$.

$$z_3 = 4 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right) = 4 \left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) = -2\sqrt{3} + 2i$$