

La calculatrice est interdite

Exercice

Dans la métropole de Lyon, le tarif de l'eau est le suivant : un abonnement annuel de 44,91€ et 2,84€ par mètre cube consommé.

1. Déterminer le prix payé par un ménage consommant 120 m^3 par an.
2. Soit f la fonction qui, à tout réel x de $[0; +\infty[$, associe le prix payé annuellement pour une consommation d'eau de $x \text{ m}^3$. Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
3. Déterminer le sens de variation de la fonction f et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. En 2021, un ménage a payé 475,17€. Quelle quantité d'eau cette famille a-t-elle consommée ?
5. A partir de quelle quantité d'eau consommée, la facture d'eau dépasse-t-elle 600€ ? On arrondira le résultat au dm^3 .

Correction

1. $44,91 + 120 \times 2,84 = 385,71$ donc le prix payé par un ménage consommant 120 m^3 par an est de 385,71€.
2. $f(x) = 44,91 + 2,84x$.
3. La fonction f est affine donc son sens de variation dépend du signe du coefficient directeur. Le coefficient directeur de la fonction f est $2,84 > 0$ donc f est croissante sur $[0; +\infty[$. Cela signifie que plus la consommation d'eau augmente, plus la facture augmente.
4. On cherche x tel que $f(x) = 475,17$.

$$f(x) = 475,17 \Leftrightarrow 44,91 + 2,84x = 475,17 \Leftrightarrow 2,84x = 430,26 \Leftrightarrow x = \frac{430,26}{2,84} = 151,5$$

Conclusion : la famille a consommé $151,5 \text{ m}^3$

5. On cherche la plus petite valeur de x tel que $f(x) > 600$

$$f(x) > 600 \Leftrightarrow 44,91 + 2,84x > 600 \Leftrightarrow 2,84x > 555,09 \Leftrightarrow x > \frac{555,09}{2,84} \approx 195,4542$$

Conclusion : A partir de $195,455 \text{ m}^3$, la facture d'eau dépassera 600€.