La calculatrice est interdite

Exercice 1

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(-1)=-4$ et $f(3)=10$.

1. Calculer le taux d'accroissement de la fonction f entre -1 et 3.
2. En déduire l'expression $f(x)$.
3. Construire le tableau de variations de f .
4. Construire le tableau de signes de f .

Exercice 2

Pour chacune des trois suites ci-dessous, calculer les trois premiers termes puis justifier rigoureusement si la suite est arithmétique ou pas.

a) $u_n=5n-7$	b) $v_0=3$ et $v_{n+1}=2v_n$	c) $w_1=2$ et $_{n+1}=w_n+9$

Correction

Exercice 1

1. Le taux d'accroissement de la fonction f entre -1 et 3 est $\frac{f(3)-f(-1)}{3-(-1)}=\frac{10-(-4)}{(3+1)}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}$.
2. On déduit que $f(x)=\frac{7}{2}x+b$.

   Or, $f(-1)=-4\Leftrightarrow\frac{7}{2}\times(-1)+b=-4\Leftrightarrow\frac{-7}{2}+b=-4\Leftrightarrow b=-4+\frac{7}{2}=\frac{-8}{2}+\frac{7}{2}=\frac{-1}{2}$.

   Conclusion : $f(x)=\frac{7}{2}x-\frac{1}{2}$.
3. Le coefficient directeur de la fonction f est $\frac{7}{2}>0$ donc f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
f		$\nearrow$	

4. $f(x)=0\Leftrightarrow-\frac{7}{2}x-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow-\frac{7}{2}x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow-7x=1\Leftrightarrow x=-\frac{1}{7}$.

   f est une fonction affine s'annulant en $-\frac{1}{7}$ de coefficient directeur $a=\frac{7}{2}>0$ d'où son tableau de signes sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{7}$		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	

Exercice 2

a) $u_n=5n-7$ **pour tout** $n\in\mathbb{N}$

- $u_0=5\times0-7=-7\,;u_1=5\times1-7=5-7=-2$ et $u_2=5\times2-7=10-7=3$ donc (u_n) semble arithmétique de raison 5.
- Démonstration : Soit $n\in\mathbb{N}$, on a :
  $u_{n+1}-u_n=[5(n+1)-7]-(5n-7)=(5n+5-7)-(5n-7)=5n-2-5n+7=5$
  donc (u_n) est arithmétique de raison 5.

b) $v_0=3$ **et** $v_{n+1}=2v_n$

- $v_0=3\,;v_1=2\times v_0=2\times3=6$ et $v_2=2\times v_¿2\times6=12$
- On a $v_1-v_0=6-3=3$ et $v_2-v_1=12-6=6\neq3$ donc (v_n) n'est pas arithmétique.

c) $w_1=2$ **et** $w_{n+1}=w_n+9$

- $w_1=2\,;w_2=w_1+9=2+9=11$ et $w_3=w_2+9=11+9=20$ donc (u_n) semble arithmétique de raison 9.
- Démonstration : Soit $n\in\mathbb{N}$, on a $w_{n+1}-w_n=w_n+9-w_n=9$ donc (w_n) est arithmétique de raison 9.