<u>Correction du Bac Blanc de Première Spécialité de janvier 2026</u>

<u>Exercice 1</u> : (6 points)

1. Réponse b)	2. Réponse c)	3. Réponse c)	4. Réponse d)
5. Réponse d)	6. Réponse d)	7. Réponse a)	8. Réponse b)
9. Réponse b)	10. Réponse a)	11. Réponse d)	12. Réponse d)

<u>Exercice 2</u> : (5 points)

Partie A

1. $u_1=2^2-2+1=4-2+1=3$
   $u_2=3^2-3+1=3-3+1=7$
   $u_3=7^2-7+1=49-7+1=43$

2. Soit $n\in\mathbb{N}$, on a $u_{n+1}-u_n=u_n^2-u_n+1-u_n=u_n^2-2u_n+1=(u_n-1)^2$.

3. Pour tout $n\in\mathbb{N}$, $(u_n-1)^2\geqslant 0$ donc la suite (u_n) est croissante.

Partie B

1. Soit $x\in\mathbb{R}$. On a $f(x)=x^2-4x+4=(x-2)^2$ comme identité remarquable.

2. $f(x)=(x-2)^2$ est la forme canonique de f sur $\mathbb{R}$ donc $a=1;\alpha=2$ et $\beta=0$ d'où :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f	$\searrow$	0	$\nearrow$

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout $n\in\mathbb{N}, n\geqslant 2$ par $v_n=n^2-4n+4$.

   (a) Soit n un entier naturel, $n\geqslant 2$, on a :
   $v_{n+1}-v_n=[\,(n+1)^2-4(n+1)+4\,]-(n^2-4n+4)=(n^2+2n+1-4n-4+4)-(n^2-4n+4)$
   $v_{n+1}-v_n=(n^2-2n+1)-(n^2-4n+4)=-2n+4n+1-4=2n-3$.

   (b) Or, $n\in\mathbb{N}, n\geqslant 2$ donc $2n\geqslant 4$ donc $2n-3\geqslant 1>0$ donc $v_{n+1}-v_n>0$ donc (v_n) est strictement croissante pour $n\geqslant 2$.

   (c) Pour tout $n\in\mathbb{N}, n\geqslant 2$, on a $v_n=f(n)$.
   Or, f est strictement croissante sur $[\,2;+\infty[$ d'après son tableau de variations donc f est croissante sur $\{\,n\in\mathbb{N}, n\geqslant 2\}$ donc la suite (v_n) est strictement croissante pour $n\geqslant 2$.

<u>Exercice 3</u> : (5 points)

1. $P(x)=x^2+4x+3$ est une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ sous sa forme développée avec $a=1;b=4$ et $c=3$.

   $x_1=-1$ est une racine évidente donc la deuxième racine x_2 vérifie $x_1\times x_2=\frac{c}{a}$ donc $-x_2=\frac{3}{1}$ donc $x_2=-3$. Comme $a=1>0$ on déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2. f est la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ par $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x+2}$.

   Soit $x\in\mathbb{R}\backslash\{-2\}$, on a :

$$f'(x)=\frac{(2x+1)(x+2)-1(x^2+x-1)}{(x+2)^2}=\frac{2x^2+4x+x+2-x^2-x+1}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}=\frac{P(x)}{(x+2)^2}$$

3. Pour tout $x\in\mathbb{R}\backslash\{-2\}$, $(x+2)^2>0$ donc le signe de $f'(x)$ est celui de $P(x)$ d'où :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	-5	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

$$f(-3)=\frac{(-3)^2+(-3)-1}{-3+2}=\frac{9-3-1}{-1}=-5 \text{ et } f(-1)=\frac{(-1)^2+(-1)-1}{-1+2}=1-1-1=-1$$

4. f est décroissante sur $]-2;-1]$ puis croissante sur $[-1;+\infty[$ donc f a un maximum sur $]-2;+\infty[$ en $x=-1$ qui vaut $f(-1)=-1$.

5. L'équation de la tangente T_2 au point d'abscisse $a=2$ est donnée par l'expression :

$T_2: y=f'(2)(x-2)+f(2)$

avec $f'(2)=\frac{2^2+4\times2+3}{(2+2)^2}=\frac{4+8+3}{16}=\frac{15}{16}$ et $f(2)=\frac{2^2+2-1}{2+2}=\frac{4+2-1}{4}=\frac{5}{4}$ d'où :

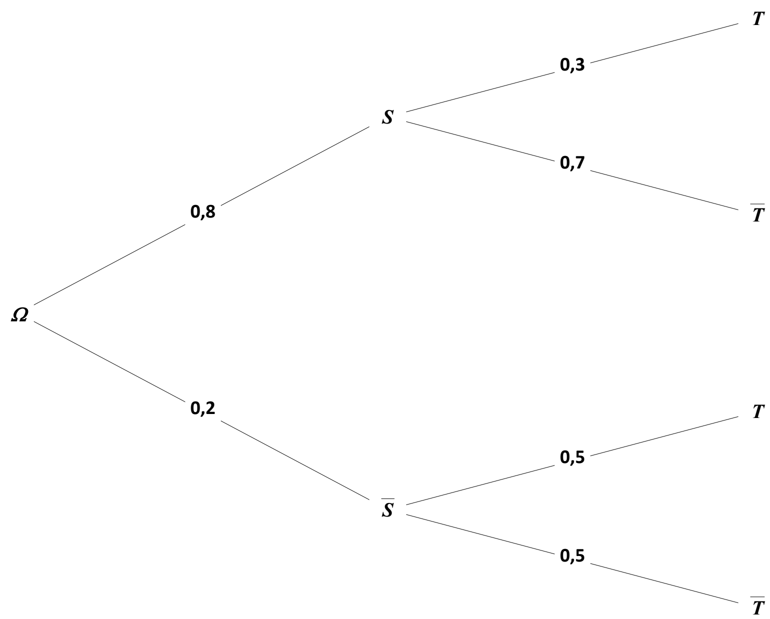
$T_2: y=\frac{15}{16}(x-2)+\frac{5}{4}$

$T_2: y=\frac{15}{16}x-\frac{15}{8}+\frac{10}{8}$

$T_2: y=\frac{15}{16}x-\frac{5}{8}$

<u>Exercice 4</u> : (4 points)

1.



2. $P(S\cap T)=P(S)\times P_S(T)=0{,}8\times 0{,}3=0{,}24$

3. S et $\overline{S}$ forment une partition de T . D'après la formule des probabilités totales, on a :

   $P(T)=P(T\cap S)+P(T\cap\overline{S})=0{,}24+P(\overline{S})\times P_{\overline{S}}(T)=0{,}24+0{,}2\times 0{,}5=0{,}24+0{,}1=0{,}34$

4. $P_T(\overline{S})=\dfrac{P(\overline{S}\cap T)}{P(T)}=\dfrac{0{,}1}{034}=\dfrac{10}{34}=\dfrac{5}{17}$