Exercice 1

Dans chaque cas, calculer le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et en déduire si les vecteurs sont colinéaires.

1. $\vec{u}(2\,;-3)$ et $\vec{v}(-1\,;\frac{3}{2})$ 2. $\vec{u}(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{3})$ et $\vec{v}(\frac{4}{5}\,;1)$ 3. $\vec{u}(\sqrt{2}\,;\sqrt{3})$ et $\vec{v}(-2\,;-\sqrt{6})$

Correction

1. $det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -3 & \frac{3}{2} \end{vmatrix}=2\times\frac{3}{2}-(-3)\times(-1)=3-3=0$

   donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2. $det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{3} & 1 \end{vmatrix}=\frac{1}{2}\times1-\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{2}-\frac{4}{15}=\frac{15}{30}-\frac{8}{30}=\frac{7}{30}\neq0$

   donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

$det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix} \sqrt{2} & -2 \\ \sqrt{3} & -\sqrt{6} \end{vmatrix}=\sqrt{2}\times(-\sqrt{6})-\sqrt{3}\times(-2)=-\sqrt{12}+2\sqrt{3}=-\sqrt{12}+\sqrt{12}=0$

donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Exercice 2

Dans chaque cas, déterminer le réel *m* pour que les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1. $\vec{u}(2\,;6)$ et $\vec{v}(m\,;3)$ 2. $\vec{u}(-m\,;0)$ et $\vec{v}(1\,;-3)$ 3. $\vec{u}(27\,;2m)$ et $\vec{v}(2m\,;3)$

Correction

1. $det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}2 & m\\ 6 & 3\end{vmatrix}=2\times3-6\times m=6-6m$

   $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow det(\vec{u},\vec{v})=0 \Leftrightarrow 6-6m=0 \Leftrightarrow 6m=6 \Leftrightarrow m=\frac{6}{6}=1$

2. $det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}-m & 1\\ 0 & -3\end{vmatrix}=-m\times(-3)-0\times1=3m$

   $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow det(\vec{u},\vec{v})=0 \Leftrightarrow 3m=0 \Leftrightarrow m=0$

3. $det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}27 & 2m\\ 2m & 3\end{vmatrix}=27\times3-2m\times2m=81-4m^2$

   $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow det(\vec{u},\vec{v})=0 \Leftrightarrow 81-4m^2=0 \Leftrightarrow (9-2m)(9+2m)=0$

   $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow 9-2m=0$ ou $9+2m=0 \Leftrightarrow m=\frac{9}{2}$ ou $m=-\frac{9}{2}$

Exercice 3

Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'après son exécution, la variable contienne « oui » si les vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(a\,;b)$ sont colinéaires, et « non » dans le cas contraire.

```
D  ←  ...........................
      Si D = ...........................
            Alors M  ←  « oui »
            Sinon M  ←  « non »
      Fin Si
```

Correction

```
D  ←  x×b−y×a
      Si D = 0
            Alors M  ←  « oui »
            Sinon M  ←  « non »
      Fin Si
```

Exercice 4

Dans un repère, on considère les points $A(-8;8)$, $B(3;1)$, $C(-4;2)$, $D(4;-3)$ et $E(-8;\frac{9}{2})$.

1. Les points *E*, *C* et *D* sont-ils alignés ? Justifier
2. Les droites (*AB*) et (*CD*) sont-elles parallèles ? Justifier.

Correction

1. $\overrightarrow{EC}(-4-(-8);2-\frac{9}{2}) \Leftrightarrow \overrightarrow{EC}(4;-\frac{5}{2})$ et $\overrightarrow{ED}(4-(-8);-3-\frac{9}{2}) \Leftrightarrow \overrightarrow{ED}(12;-\frac{15}{2})$

   donc $\overrightarrow{ED}=3\overrightarrow{EC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{ED}$ et $\overrightarrow{EC}$ sont colinéaires
   donc les points *E*, *C* et *D* sont alignés.

2. $\overrightarrow{AB}(3-(-8);1-8) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(11;-7)$ et $\overrightarrow{CD}(4-(-4);-3-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{CD}(8;-5)$:

   $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})=\begin{vmatrix}11 & 8\\ -7 & -5\end{vmatrix}=11\times(-5)-(-7)\times 8=-55+56=1\neq 0$

   donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires
   donc les droites (*AB*) et (*CD*) ne sont pas parallèles.

Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer si les droites (*AB*) et (*MN*) sont parallèles.

1. $A(1;2)$, $B(5;8)$, $M(0;-1)$ et $N(5;6)$
2. $A(3;-10)$, $B(15;5)$, $M(1;1)$ et $N(17;21)$

Correction

1. $\overrightarrow{AB}(5-1;8-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(4;6)$ et $\overrightarrow{MN}(5-0;6-(-1)) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(5;7)$

   $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MN})=\begin{vmatrix}4 & 5\\ 6 & 7\end{vmatrix}=4\times 7-6\times 5=28-30=-2\neq 0$

   donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ ne sont pas colinéaires
   donc les droites (*AB*) et (*MN*) ne sont pas parallèles.

2. $\overrightarrow{AB}(15-3;5-(-10)) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}(12;15)$ et $\overrightarrow{MN}(17-1;21-1) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(16;20)$

   $det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MN})=\begin{vmatrix}12 & 16\\ 15 & 20\end{vmatrix}=12\times 20-15\times 16=240-240=0$

   donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires
   donc les droites (*AB*) et (*MN*) sont parallèles.

Exercice 6

On considère les points $A(4;0)$, $B(0;7)$ et $C(-6;-5)$.

1. Calculer les coordonnées du milieu P du segment [*AB*].
2. Calculer les coordonnées des points *S* et *T* définis par $\overrightarrow{BS}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $5\overrightarrow{CT}=4\overrightarrow{CA}$.
3. Le point P est-il sur la droite (*ST*) ? Justifier.

Correction

1. *P* milieu du segment [*AB*] donc $P(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2})\Leftrightarrow P(\frac{4+0}{2};\frac{0+7}{2})\Leftrightarrow P(2;\frac{7}{2})$.

2. $\overrightarrow{CB}(0-(-6);7-(-5))\Leftrightarrow\overrightarrow{CB}(6;12)$ donc $\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}(2;4)$

   Posons $S(x;y)$ donc $\overrightarrow{BS}(x;y-7)$ .On déduit que :

   $\overrightarrow{BS}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow x=2$ et $y-7=4\Leftrightarrow x=2$ et $y=11\Leftrightarrow S(2;11)$

   $\overrightarrow{CA}(4-(-6);0-(-5))\Leftrightarrow\overrightarrow{CA}(10;5)$ donc $4\overrightarrow{CA}(40;20)$

   Posons $T(x;y)$ donc $\overrightarrow{CT}(x+6;y+5)$ donc $5\overrightarrow{CT}(5x+30;5y+25)$
   $5\overrightarrow{CT}=4\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow 5x+30=40$ et $5y+25=20\Leftrightarrow 5x=10$ et $5y=-5$
   $5\overrightarrow{CT}=4\overrightarrow{CA}\Leftrightarrow x=2$ et $y=-1\Leftrightarrow T(2;-1)$

3. $\overrightarrow{PS}(2-2;11-\frac{7}{2})\Leftrightarrow\overrightarrow{PS}(0;\frac{15}{2})$ et $\overrightarrow{PT}(2-2;-1-\frac{7}{2})\Leftrightarrow\overrightarrow{PT}(0;-\frac{9}{2})$

   $$det(\overrightarrow{PS},\overrightarrow{PT})=\begin{vmatrix}0 & 0\\ \frac{15}{2} & \frac{-9}{2}\end{vmatrix}=0\times(\frac{-9}{2})-\frac{15}{2}\times 0=0-0=0$$

   donc les vecteurs $\overrightarrow{PS}$ et $\overrightarrow{PT}$ sont colinéaires
   donc les points *P*, *S* et *T* sont alignés donc le point P est sur la droite (*ST*).