Exercice 1

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les vecteurs $\vec{u}(-2\,;1)$ et $\vec{v}(8\,;-6)$ et les points $A(2\,;5)$, $B(4\,;2)$ et $C(-3\,;7)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}+\vec{v}\,;\vec{u}-\vec{v}\,, 3\vec{u}\,, -2\vec{v}$ et $7\vec{u}-4\vec{v}$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}$.

Correction

1. $\vec{u}+\vec{v}(x_{\vec{u}}+x_{\vec{v}}\,;y_{\vec{u}}+y_{\vec{v}})\Leftrightarrow\vec{u}+\vec{v}(-2+8\,;1+(-6))\Leftrightarrow\vec{u}+\vec{v}(6\,;-5)$
   $\vec{u}-\vec{v}(x_{\vec{u}}-x_{\vec{v}}\,;y_{\vec{u}}-y_{\vec{v}})\Leftrightarrow\vec{u}-\vec{v}(-2-8\,;1-(-6))\Leftrightarrow\vec{u}-\vec{v}(-10\,;7)$
   $3\vec{u}(3x_{\vec{u}}\,;3y_{\vec{u}})\Leftrightarrow3\vec{u}(3\times(-2)\,;3\times1)\Leftrightarrow3\vec{u}(-6\,;3)$
   $-2\vec{v}(-2x_{\vec{v}}\,;-2y_{\vec{v}})\Leftrightarrow-2\vec{v}(-2\times8\,;-2\times(-6))\Leftrightarrow-2\vec{v}(-16\,;12)$
   $7\vec{u}-4\vec{v}(7\times(-2)-4\times8\,;7\times1-4\times(-6))\Leftrightarrow7\vec{u}-4\vec{v}(-46\,;31)$

2. $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}(4-2\,;2-5)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}(2\,;-3)$
   $\overrightarrow{BC}(x_C-x_B\,;y_C-y_B)\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}(-3-4\,;7-2)\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}(-7\,;5)$
   On déduit que :
   $5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}(5\times2-2\times(-7)\,;5\times(-3)-2\times5)\Leftrightarrow5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}(24\,;-25)$

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}(0\,;-1)$, $\vec{v}(3\,;4)$ et $\vec{w}(8\,;-6)$.

Calculer la norme de chacun des vecteurs $\vec{u}\,, \vec{v}$ et $\vec{w}$.

Correction

$\vec{u}(0\,;-1)\Rightarrow\|\vec{u}\|=\sqrt{0^2+(-1)^2}=\sqrt{1}=1$

$\vec{v}(3\,;4)\Rightarrow\|\vec{v}\|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

$\vec{w}(8\,;-6)\Rightarrow\|\vec{w}\|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$

Exercice 3

1. Recopier et compléter le programme Python ci-dessous pour qu'il retourne la norme du vecteur $\vec{u}(x\,;y)$ dans un repère orthonormé.

```python
from math import*
x=float(input("abscisse du vecteur u ?"))
y=float(input("ordonnée du vecteur u ?"))
n=....................
print("la norme du vecteur u est:",n)
```

2. Qu'affiche le programme si l'on saisit $x=3$ et $y=4$?

Correction

1.

```python
from math import*
x=float(input("abscisse du vecteur u ?"))
y=float(input("ordonnée du vecteur u ?"))
n=sqrt(x**2+y**2)
print("la norme du vecteur u est:",n)
```


```python
from math import*
x=float(input("abscisse du vecteur u ?"))
y=float(input("ordonnée du vecteur u ?"))
n=sqrt(x**2+y**2)
print("la norme du vecteur u est:",n)
```


1. Si l'on saisit $x=3 \text{ et } y=4$, le programme affiche 5

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on considère les vecteurs $\vec{u}(0\,;5) \text{ et } \vec{v}(4\,;-2)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.
2. Calculer la norme des vecteurs $\vec{u}\,,\vec{v} \text{ et } \vec{u}+\vec{v}$.
3. A-t-on $\|\vec{u}+\vec{v}\|=\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$?

Correction

1. $\vec{u}+\vec{v}(0+4\,;5+(-2)) \Leftrightarrow \vec{u}+\vec{v}(4\,;3)$.

2. $\|\vec{u}+\vec{v}\|=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$,
   $\|\vec{u}\|=\sqrt{0^2+5^2}=\sqrt{25}=5 \text{ et } \|\vec{v}\|=\sqrt{4^2+(-2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$

3. On peut constater que $\|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|=5+\sqrt{20} \text{ donc } \|\vec{u}+\vec{v}\| \neq \|\vec{u}\|+\|\vec{v}\|$.

Exercice 5

Dans un repère, on considère les points $M(-3;6), N(5;-1), P(11;0), Q(3;7)$ et $R(-10;5)$.

1. Démontrer que le quadrilatère *MNPQ* est un parallélogramme.
2. Le quadrilatère *MPNR* est-il un parallélogramme ? Justifier.

Correction

1. $\overrightarrow{MN}(5-(-3);-1-6) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(8;-7)$ et $\overrightarrow{QP}(11-3;0-7) \Leftrightarrow \overrightarrow{QP}(8;-7)$
   Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{QP}$ ont les mêmes coordonnées donc $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$ donc le quadrilatère *MNPQ* est un parallélogramme.

2. $\overrightarrow{MP}(11-(-3);0-6) \Leftrightarrow \overrightarrow{MP}(14;-6)$ et $\overrightarrow{RN}(5-(-10);-1-5) \Leftrightarrow \overrightarrow{RN}(15;6)$
   Les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{RN}$ n'ont pas les mêmes coordonnées donc $\overrightarrow{MP} \neq \overrightarrow{RN}$ donc le quadrilatère *MPNR* n'est pas un parallélogramme.

Exercice 6

On considère les points $E(2;-1), F(-3;4)$ et $G(1;4)$.

Déterminer les coordonnées du point *H* pour que *EFGH* soit un parallélogramme.

Correction

On a $\overrightarrow{EF}(-3-2;4-(-1)) \Leftrightarrow \overrightarrow{EF}(-5;5)$ et $\overrightarrow{HG}(1-x;4-y)$ avec $H(x;y)$.

$EFGH$ paralllélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{EF}=\overrightarrow{HG} \Leftrightarrow 1-x=-5$ et $4-y=5 \Leftrightarrow x=6$ et $y-1 \Leftrightarrow H(6;-1)$

Exercice 7

On considère les points $M(-4;2), N(0;3)$ et $P(1;-5)$.

Calculer les coordonnées du point Q défini par $\overrightarrow{MQ}=-3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PN}$.

Correction

$\overrightarrow{MN}(0-(-4);3-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(4;1)$ donc $-3\overrightarrow{MN}(-3\times4;-3\times1) \Leftrightarrow -3\overrightarrow{MN}(-12;-3)$

$\overrightarrow{PN}(0-1;3-(-5)) \Leftrightarrow \overrightarrow{PN}(-1;8)$ donc $-3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PN}(-12+(-1);-3+8)$
donc $-3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PN}(-13;5)$

$\overrightarrow{MQ}(x-(-4);y-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{MQ}(x+4;y-2)$ avec $Q(x;y)$
$\overrightarrow{MQ}=-3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PN} \Leftrightarrow x+4=-13$ et $y-2=5 \Leftrightarrow x=-17$ et $y=7 \Leftrightarrow Q(-17;7)$