Exercice 1

On considère la droite D dont une équation est $y=\frac{2}{3}x+1$

Parmi les équations ci-dessous, précisez celles qui sont des équations de la droite D.

$$2x+y+3=0,\quad 2x-3y+3=0,\quad 3y-2x+1=0,\quad y-\frac{2}{3}x-1=0 \quad \text{et} \quad x=\frac{3}{2}y-1.$$

Correction

- $2x+y+3=0 \Leftrightarrow y=-2x-3$ donc l'équation $2x+y+3=0$ n'est pas une équation de D.
- $2x-3y+3=0 \Leftrightarrow -3y=-2x-3 \Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x+1$ donc l'équation $2x+y+3=0$ est une équation de D.
- $3y-2x+1=0 \Leftrightarrow 3y=2x-1 \Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x-1$ donc l'équation $3y-2x+1=0$ n'est pas une équation de D.
- $y-\frac{2}{3}x-1=0 \Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x+1$ donc l'équation $y-\frac{2}{3}x-1=0$ est une équation de D.
- $x=\frac{3}{2}y-1 \Leftrightarrow \frac{3}{2}y=x+1 \Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$ donc l'équation $x=\frac{3}{2}y-1$ n'est pas une équation de D.

Exercice 2
Dans un repère, soit la droite (d) d'équation y = 3x – 2.

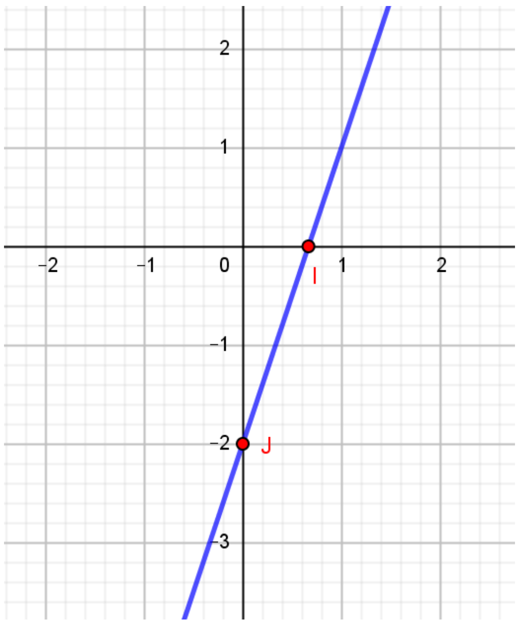
1. Parmi les points suivants, lesquels sont situés sur (d) : A(1 ; 5), B(2 ; 4) ?
2. Trouver x et y sachant que C(– 1 ; y) et D(x ; 1) appartiennent à (d).
3. En quels points I et J coupe-t-elle les axes du repère ?
4. Faire une figure illustrant les résultats ci-dessus.

Correction

1. $3\times1-2=3-2=1\neq5$ donc A(1 ; 5) n'appartient pas à (d).
2. $3\times2-2=6-2=4$ donc B(2 ; 4) n'appartient pas à (d).
3. $I(x;y)\in(Ox)\cap(d)\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x-2\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=3x-2\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow I(\frac{2}{3};0)$

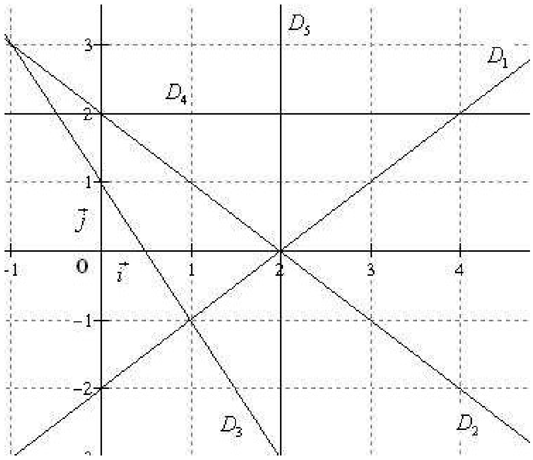
   $J(x;y)\in(Oy)\cap(d)\Leftrightarrow\begin{cases}y=3x-2\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-2\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow J(0;-2)$

4.



Exercice 3

Donner par lecture graphique les équations réduites des 5 droites ci-dessous :

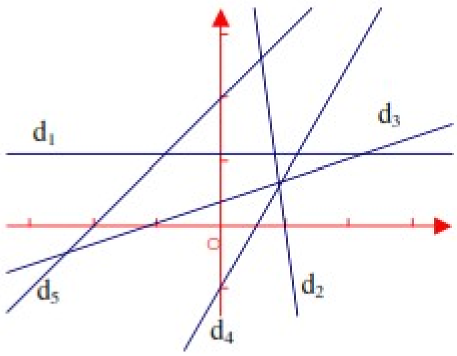


Correction

$D_1 : y = x - 2 ; D_2 : y = -x + 2 ; D_3 : y = -2x + 1 ; D_4 :: y = 2$ et $D_5 : x = 2$

Exercice 4

-7, 0, $\frac{1}{3}$, 1et 2 sont les coefficients directeurs de ces droites. Attribuez à chaque droite son coefficient directeur.



Correction

d_1 a pour coefficient directeur 0.

d_2 a pour coefficient directeur -7.

d_3 a pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$.

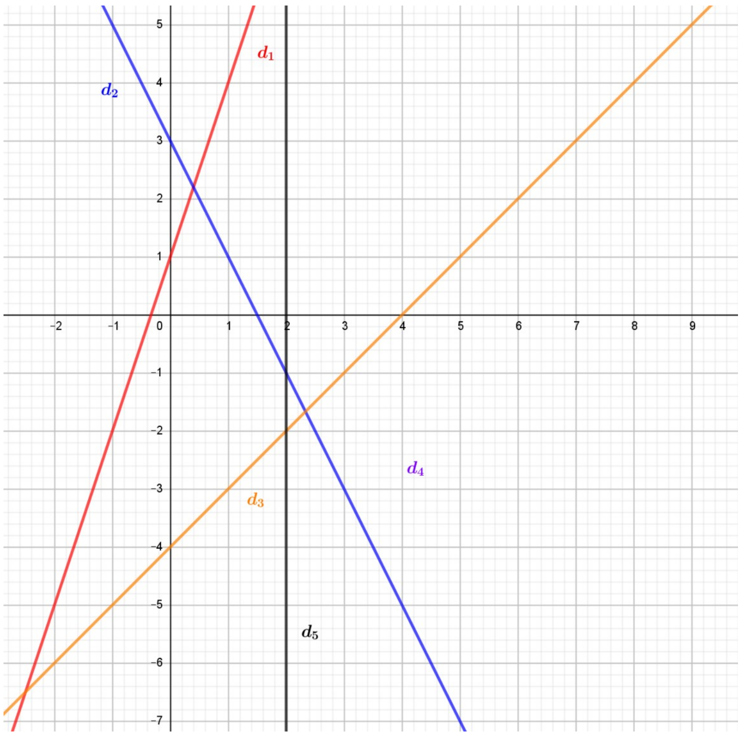
d_4 a pour coefficient directeur 2.

Exercice 5

Sur le graphique ci-après tracer les droites d1, d2, d3, d4 et d5 d'équations respectives :

- $d_1 : y = 3x + 1$
- $d_2 : y = -2x + 3$
- $d_3 : y = x - 4$
- $d_4 : y = -3$
- $d_5 : x = 2$

Correction



Exercice 6

Déterminer une équation de la droite (AB) dans chacun des cas suivants:

1. A(1 ; –2) et B(–1 ; 3) 2. A(2 ; –1) et B(2 ; 3) 3. A(1 ; 4) et B(–3 ; 4)

Correction

1. $x_A \neq x_B$ donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ avec $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{5}{-2}=-\frac{5}{2}$.

   Or A(1:-2) appartient à (AB) donc $-2=-\frac{5}{2}\times 1+p$ donc $p=-2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$.

Conclusion : $(AB): y=-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}$.

2. $x_A=x_B$ donc (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées donc $(AB): x=2$.

3. $y_A=y_B=4$ donc (AB) est parallèle à l'axe des abscisse donc $(AB): y=4$.

   remarque : son coefficient directeur est nul.

Exercice 7

Quel est le coefficient directeur de chacune de ces droites :

- (d1) : y = 2x – 1
- (d2) : 2x + y – 5 = 0
- (d3) = (AB) où A(2 ; 1) et B(–1 ; 4)
- (d4) parallèle à (d_1) passant par A

Correction

- (d1) a pour coefficient directeur 2.
- (d2) a pour coefficient directeur -2 car y = - 2x + 5 .
- (d3) a pour coefficient directeur $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{4-1}{-1-2}=\frac{3}{-3}=-1$.
- (d4) est parallèle à (d1) donc elles ont même coefficient directeur à savoir 2.

Exercice 8
Donner une équation de la droite D' passant par A et parallèle à D.

1. (D) : y = 5x + 2 et A(1 ; -5)
2. (D) : 4x – 3y + 6 = 0 et A(3 ; -5)

Correction

1. (D) et (D') sont parallèles donc ont même coefficient directeur à savoir 5.
   Or A(1;-5) appartient à (D') donc $-5=5\times1+p=5+p$ donc $p=-5-5=-10$.

Conclusion : (D') : y = 5x - 10

2. (D) : 4x – 3y + 6 = 0 si et seulement si 3y = 4x + 6 si et seulement si y = $\frac{4}{3}$ x + 2 .

   (D) et (D') sont parallèles donc ont même coefficient directeur à savoir $\frac{4}{3}$.

   Or A(3 ; -5) appartient à (D') donc $-5=\frac{4}{3}\times3+p=4+p$ donc $p=-5-5=-10$.

Conclusion : (D') : y = $\frac{4}{3}$ x - 9

Exercice 9
Donner une équation de la droite parallèle à (AB) passant par C où A(3;0), B(6;3) et C(1;2)

Correction

Notons (d) la parallèle à (AB) passant par C.

(d) et (AB) étant parallèles, elles ont donc même coefficient directeur $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{3-0}{6-3}=\frac{3}{3}=1$.

(d) admet donc une équation réduite de la forme y = x + p.

Or C(1;2) appartient à (d) donc $2=1\times1+p=1+p$ donc $p=1$.

Conclusion : (d) : y = x + 1

Exercice 10

On considère les droites D1 et D2 d'équations respectives $(D_1):3x-2y=4\, et (D_2):y=\frac{1}{2}x+1$.

1. Prouver que les droites D2 et D1 ne sont pas parallèles
2. Calculer alors les coordonnées de leur point d'intersection.

Correction

Exercice 11

Soit la droite D d'équation y = mx + 3 où m est un nombre qui peut prendre toutes les valeurs de $\mathbb{R}$
Y a-t-il des valeurs de m pour que :

→ D passe par l'origine du repère ?
→ D passe par le point A(–2 ; 5) ?
→ D soit parallèle à la droite Δ d'équation y = 7x + 1 ?
→ D soit parallèle à la droite Δ d'équation 2x – 5y + 2 = 0 ?
→ D soit parallèle à l'axe des ordonnées ?
→ D soit parallèle à l'axe des abscisses ?

Correction

Exercice 12

Parmi les droites suivantes, indiquer en justifiant celles qui sont parallèles et celles qui sont perpendiculaires.

(D1) : 2x + y = 1 (D2) : x + 2y + 1 = 0

(D3) : y = 2x – 3 (D4) : 3x + 6y + 2 = 0

Correction

Exercice 13

1. Construire le triangle ABC où A(-1 ; 2), B(3 ;7) et C(5 ; –1).
2. Déterminer les coordonnées du milieu I de [AB].
3. Déterminer l'équation de la droite (d) passant par I et parallèle à (BC).
4. Vérifier que J, milieu de [AC], appartient à (d) .
5. Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

Correction

Exercice 14

ABCD est un carré, la longueur du côté est 1. E est le milieu de [CD] et F celui de [BC].
On se propose de démontrer que les droites (AE) et (DF) sont perpendiculaires, en utilisant la géométrie analytique.

On choisit pour repère orthonormal, par exemple (D; C,A)

1. Déterminer les équations réduites des droites (AE) et (DF).
2. En déduire qu'elles sont perpendiculaires.

Correction

Exercice 15

On considère la droite (d) d'équation réduite $y=\frac{-2}{3}x+6$

1. Déterminer les coordonnées des points A et B, intersections de la droite (d) avec les axes du repère.
2. Tracer (d).
3. Soit H le projeté orthogonal de O sur (d).
   a. Placer H. Évaluer la distance OH.
   b. Donner le coefficient directeur de la droite (OH).
   c. Déduisez-en une équation réduite de (OH).
   d. Déterminer les coordonnées du point H.
   e. Calculer la distance OH.

Correction