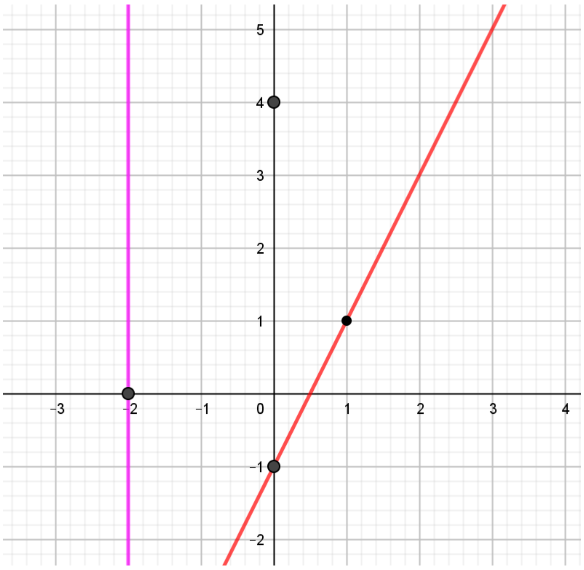
Exercice 1

Dans un repère, tracer les droites $(d_1),(d_2)et(d_3)$ d'équations respectives :

• (d1) : y = 2x - 1 • (d2) : y = 4 • (d3) : x = -2 .

Correction :

- (d1) : y = 2x – 1 est une droite non parallèle à l'axe (Oy) admettant pour coefficient directeur m = 2 et pour ordonnée à l'origine p = 1 donc (d1) passe par A(0;-1) puis par B(1;1).
- (d2) : y = 4 est une droite parallèle à l'axe des abscisses passant par A(0;4).
- (d3) : x = -2 est une droite parallèle à l'axe (Oy) passant par A(-2;0).



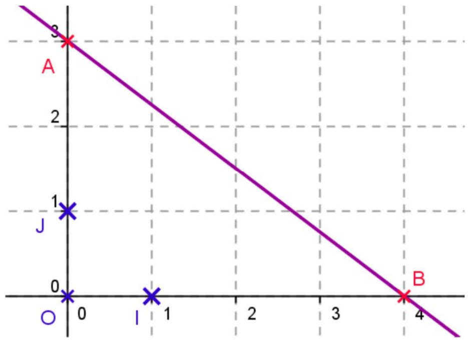
Exercice 2

Dans un repère, on a tracé la droite (AB).

Quelle est l'équation de cette droite :

$(a)\ y=3x$ $(b)\ y=-3x+4$

$(c)\ y=\frac{-4}{3}x+3$ $(d)\ y=\frac{-3}{4}x+3$



Correction :

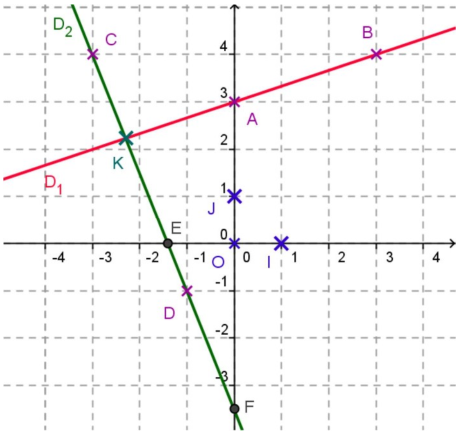
réponse : $(d): y=\frac{-3}{4}x+3$

Exercice 3

1. a. Lire les coefficients directeurs de $(D_1) et (D_2)$
   b. Déterminer les équations de $(D_1) et (D_2)$

2. Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de (D_2) avec les axes de coordonnées ? (on les notera respectivement : E: axe des abscisses et F: axe des ordonnées) .

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection K de $(D_1) et (D_2)$



Correction :

1. a. $m_1=\frac{1}{3}$ et $m_2=\frac{-5}{2}$
   b. $(D_1): y=\frac{1}{3}x+3$ et $(D_2): y=-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}$

2. $$E(x;y)\in(D_2)\cap(Ox)\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}=0\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{\frac{7}{2}}{-\frac{5}{2}}\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{7}{5}\\ y=0\end{cases}$$

Conclusion : $E(-\frac{7}{5};0)$

$$F(x;y)\in(D_2)\cap(Oy)\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-\frac{7}{2}\\ y=0\end{cases}$$

Conclusion : $F(0;-\frac{7}{2})$

3. $$K(x;y)\in(D_1)\cap(D_2)\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{1}{3}x+3\\ y=-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{1}{3}x+3\\ \frac{1}{3}x+3=-\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{1}{3}x+3\\ \frac{1}{3}x+\frac{5}{2}x=-\frac{7}{2}-3\end{cases}$$

$$K(x;y)\in(D_1)\cap(D_2)\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+3 \\ \frac{2}{6}x+\frac{15}{6}x=-\frac{7}{2}-\frac{6}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+3 \\ \frac{17}{6}x=-\frac{13}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+3 \\ x=\frac{-\frac{13}{2}}{\frac{17}{6}}\end{cases}$$

$$K(x;y)\in(D_1)\cap(D_2)\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{3}x+3 \\ x=-\frac{13}{2}\times\frac{6}{17}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{3}\times-(\frac{39}{17})+3 \\ x=-\frac{39}{17}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=-\frac{13}{17}+\frac{51}{17} \\ x=-\frac{39}{17}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{38}{17} \\ x=-\frac{39}{17}\end{cases}$$

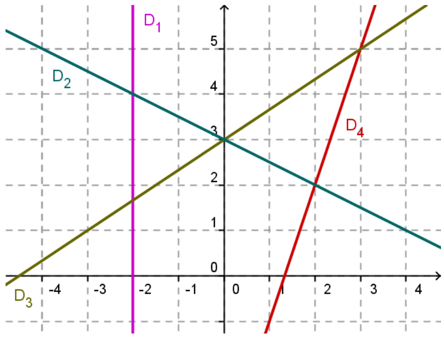
Conclusion : $K\left(-\frac{39}{17};\frac{38}{17}\right)$

Exercice 4

Résoudre graphiquement chacun des systèmes suivants :

$$\begin{cases} y=\dfrac{-1}{2}x+3 \\ x=\ -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=\ 3x-4 \\ y=\dfrac{-1}{2}x+3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x+3 \\ y=\ 3x-4 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=\ \dfrac{2}{3}x+3 \\ y=\dfrac{-1}{2}x+3 \end{cases}$$



Correction :

$\begin{cases} y=\dfrac{-1}{2}x+3 \\ x=\ -2 \end{cases}$ admet pour solution $(-2;4)$.

$\begin{cases} y=\ 3x-4 \\ y=\dfrac{-1}{2}x+3 \end{cases}$ admet pour solution $(2;2)$.

$\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x+3 \\ y=\ 3x-4 \end{cases}$ admet pour solution $(3;5)$.

$\begin{cases} y=\ \dfrac{2}{3}x+3 \\ y=\dfrac{-1}{2}x+3 \end{cases}$ admet pour solution $(0;3)$.

Exercice 5

Déterminer l'équation des droites : (AB) où A(1 ; 3) et B(0 ; 1) puis (CD) où C(3 ; 5) et D(3 ; 4)

Correction :

$x_A \neq x_B (1 \neq 3)$ donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ avec $m=\frac{1-3}{0-1}=\frac{-2}{-1}=2$.

Or $A(1;3)\in(AB)$ donc $3=2\times 1+p$ donc $p=3-2=1$.

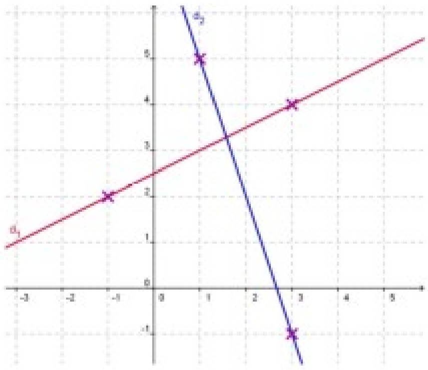
Conclusion : L'équation réduite de (AB) est $y=2x+1$.

- $x_C=x_D$ donc (CD) est parallèle à l'axe (Oy) donc (CD) admet pour équation $x=3$.

Conclusion : L'équation réduite de (CD) est $x=3$.

Exercice 6

Déterminer l'équation de chacune des droites d1 et d2 ci-contre :



Correction :

- d_1 passe par A(-1;2) et par B(3;4). $x_A \neq x_B (-1 \neq 3)$ donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ avec :
  $m=\frac{4-2}{3-(-1)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. Or $A(-1;2)\in(AB)$ donc $2=\frac{1}{2}\times(-1)+p$ donc $p=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

Conclusion : L'équation réduite de (AB) est $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$.

- d_2 passe par A(1;5) et par B(3;-1). $x_A \neq x_B (1 \neq 3)$ donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ avec :
  $m=\frac{-1-5}{3-1}=\frac{-6}{2}=-3$. Or $A(1;5)\in(AB)$ donc $5=-3\times 1+p$ donc $p=5+3=8$

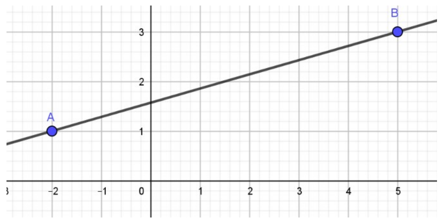
Conclusion : L'équation réduite de (AB) est $y=-3x+8$.

Exercice 7

Soient les points A(–2 ; 1) et B(5 ; 3).

1. Tracer (AB)
2. Quelle est l'équation réduite de (AB) ?
3. Le point C(1 ; 2) appartient-il à (AB) ?
4. E(2 ; ?) et F(? ; 2) pour qu'ils appartiennent à (AB) ?
5. 2x –7y + 11 = 0 est-elle aussi une autre équation de (AB) ?

Correction :



1. Voir ci-contre.

2. $x_A \neq x_B (-2 \neq 5)$ donc (AB) n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc (AB) admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$ avec $m = \frac{3-1}{5-(-2)} = \frac{2}{7}$.

   Or $A(-2;1) \in (AB)$ donc $1 = \frac{2}{7} \times (-2) + p$ donc $p = 1 + \frac{4}{7} = \frac{11}{7}$.

   Conclusion : L'équation réduite de (AB) est $y = \frac{2}{7}x + \frac{11}{7}$.

3. $\frac{2}{7} \times 1 + \frac{11}{7} = \frac{13}{7} \neq 2$ donc $C \notin (AB)$.

4. $E(2;?) \in (AB)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de (AB) donc $y_E = \frac{2}{7} \times 2 + \frac{11}{7} = \frac{15}{7}$.

   De même, $F(?;2) \in (AB)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de (AB) donc .

   $$2 = \frac{2}{7}x_F + \frac{11}{7} \Leftrightarrow \frac{4}{7} = \frac{2}{7}x_F + \frac{11}{7} \Leftrightarrow 4 = 2x_F + 11 \Leftrightarrow x_F = \frac{4-11}{2} = -\frac{7}{2}$$.

5. $2x - 7y + 11 = 0 \Leftrightarrow -7y = -2x - 11 \Leftrightarrow 7y = 2x + 11 \Leftrightarrow y = \frac{2}{7}x + \frac{11}{7}$ donc l'équation 2x – 7y +11 = 0 est une autre équation de (AB).

Remarque : l'équation 2x – 7y +11 =0 est une équation cartésienne de (AB).

Exercice 8

1. Représenter les droites :

   → d_1 d'équation $y=\frac{-1}{2}x+2$

   → d_2 de coefficient directeur 1 et d'ordonnée à l'origine 3

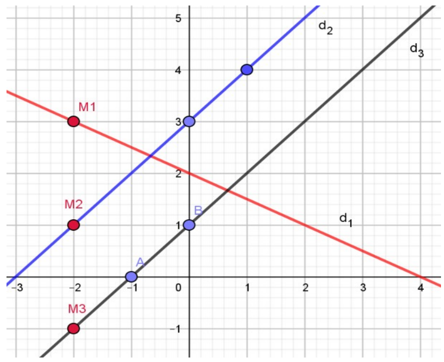
   → d_3 coupant l'axe des abscisses en A(– 1 ; 0) et l'axe des ordonnées en B(0 ; 1).

2. Déterminer les équations de d_2 et d_3

3. a. Placer les points M_1, M_2 et M_3 d'abscisse –2 et situés respectivement sur d_1, d_2 et d_3

   b. Conjecturer puis prouver.

Correction :



1. Voir ci-contre.

2. d_2 : y = x + 3

   $x_A \neq x_B \ (-1\neq 0)$ donc d_3 n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc d_3 admet une équation réduite de la forme $y=mx+p$ avec $m=\frac{1-0}{0-(-1)}=\frac{1}{1}=1$.

   Or $A(-1;0)\in d_3$ donc $0=1\times(-1)+p$ donc $p=1$.

Conclusion : L'équation réduite de d_3 est $y=x+1$.

3. a. M_1, M_2 et M_3 sont bien entendus alignés car ils ont la même abscisse mais en plus, M_2 semble être le milieu de $[M_1 M_3]$.

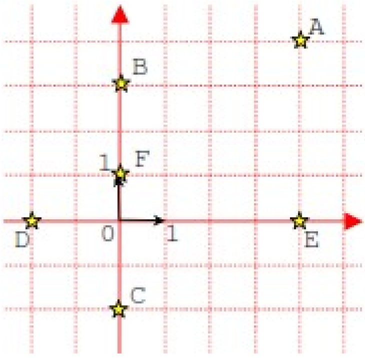
   b. Soit I le milieu de $[M_1 M_3]$. On a $M_1(-3;3)$, $M_2(-3;1)$ et $M_3(-3 ;-1)$.

   On déduit que $x_I=\frac{-3+(-3)}{2}=\frac{6}{2}=-3$ et $y_I=\frac{3+(-1)}{2}=\frac{2}{2}=1$

   donc I = M_2 donc M_2 est le milieu de $[M_1 M_3]$.

Exercice 9

Sur la figure ci-contre, les points A, B, C, D, E et F ont des coordonnées entières.



1. Trouver une équation de chacune des droites (AB), (CD) et (EF)
2. Démontrer que ces droites sont concourantes.

Correction :

1. Par lecture graphique on a :
$(AB): y=\frac{1}{4}x+3 ; (CD): y=-x-2$ et $(EF): y=-\frac{1}{4}x+1$

2. (AB) et (CD) n'ont pas le même coefficient directeur donc elles sont sécantes.
Notons I leur point d'intersection.

$$I(x;y)\in(AB)\cap(CD)\Leftrightarrow\begin{cases} y=\frac{1}{4}x+3 \\ y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -x-2=\frac{1}{4}x+3 \\ y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -x-\frac{1}{4}x=3+2 \\ y=-x-2\end{cases}$$

$$I(x;y)\in(AB)\cap(CD)\Leftrightarrow\begin{cases} -\frac{5}{4}x=5 \\ y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -5x=20 \\ y=-x-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-4 \\ y=-(-4)-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-4 \\ y=2\end{cases}$$

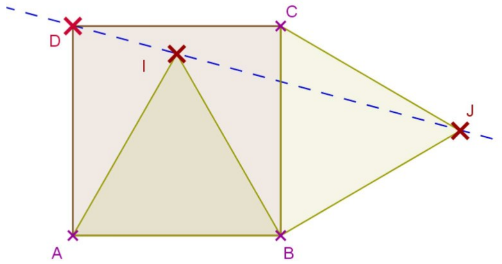
Conclusion : (AB) et (CD) sont sécantes en I(-4;2)

Vérifions que $I(-4;2)$ appartient bien à (EF) .

On a $-\frac{1}{4}x_I+1=-\frac{1}{4}\times(-4)+1=1+1=2=y_I$ donc $I(-4;2)\in(EF)$.

Exercice 10

ABCD est un carré; ABI et CBJ sont des triangles équilatéraux directs.
On cherche à savoir si les points D, I et J sont effectivement alignés.
On rapporte le plan au repère (A, B, D).



1. Quelles sont les coordonnées des points A, B, C et D ?
2. Calculer les coordonnées du point I ; en déduire celles du point J.
3. Donner une équation de la droite (DI).
4. Conclure.

Correction :

1. Dans le repère (A,B,D), on a A(0;0) , B(1;0) , C(1;1) et D(0;1).
2. ABI est équilatéral. Notons H son projeté orthogonal sur (AB). On a donc H(0,5;0).
   Dans AIH rectangle en H, on a :
   $\sin(60°)=\frac{HI}{AI}$ donc $\frac{\sqrt{3}}{2}=HI$ car HI=1 . On déduit que $I(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$.
   Par un raisonnement analogue, on déduit $J(1+\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2})$.
3. Dans le repère (A;B,D) orthonormé, la droite (DI) admet une équation réduite de la forme
   $y=mx+p$ avec $m=\frac{y_J-y_D}{x_J-x_D}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}{\frac{1}{2}-0}=\frac{\frac{\sqrt{3}-2}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}-2$.
   Or D(0;1) appartient à (DI) donc $1=(\sqrt{3}-2)\times 0+p$ donc $p=1$.

Conclusion : $(DI): y=(\sqrt{3}-2)x+1$.

4. On a $(\sqrt{3}-2)\times x_J+1=(\sqrt{3}-2)\times(1+\frac{\sqrt{3}}{2})+1=\sqrt{3}+\frac{3}{2}-2-\sqrt{3}+1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}=y_J$
   donc J appartient à (DI) donc D, I et J sont alignés.

Exercice 11

On considère les droites suivantes :

- La droite (AB) où A(1 ; 1) et B(2 ; –1),
- La droite D passant par C(1 ; –2) et de coefficient directeur 3,
- La droite D' d'équation y = –2x + 1.

Deux d'entre elles sont parallèles, lesquelles ? Justifier.

Correction :

- Le coefficient directeur de (AB) vaut $m=\frac{-1-1}{2-1}=-2$.
- Le coefficient directeur de D vaut 3 d'après l'énoncé.
- Le coefficient directeur de D' vaut -2 car son équation réduite est y = -2x + 1.

On déduit que (AB) et D sont parallèles.

Exercice 12

Équation de la droite :

1. (D) passant par le point A(–1 ; 1) et parallèle à la droite (D') d'équation y = 2x – 1?
2. (D") passant par le point A et parallèle à la droite (BC) où B(0 ; –5) et C(–2 ; 2) ?

Correction :

1. (D) et (D') sont parallèles donc elles ont même coefficient directeur égakl à 2 donc (D) admet une équation réduite de la forme $y=2x+p$.
   Or A(-1;1) appartient à (D) donc $1=2\times(-1)+p=-2+p$ donc $p=1+2=3$.

   Conclusion : l'équation réduite de (D) est $y=2x+3$.

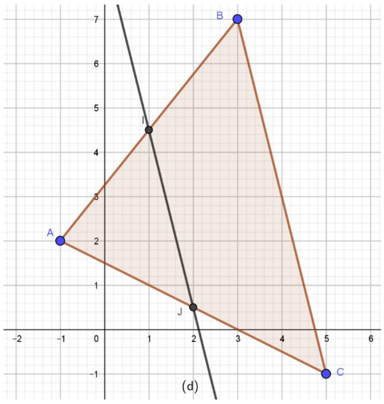
2. Le coefficient directeur de (BC) vaut $m=\frac{2-(-5)}{-2-0}=-\frac{7}{2}$.
   (D") est parallèle à (BC) donc elles ont même coefficient directeur donc (D") admet une équation réduite de la forme $y=-\frac{7}{2}x+p$.
   Or A(-1;1) appartient à (D") donc $1=-\frac{7}{2}\times(-1)+p=\frac{7}{2}+p$ donc $p=1-\frac{7}{2}=-\frac{5}{2}$.

   Conclusion : l'équation réduite de (D") est $y=-\frac{7}{2}x-\frac{5}{2}$.

Exercice 13

1. Construire le triangle ABC où A(-1 ; 2), B(3 ;7) et C(5 ; –1).
2. Déterminer les coordonnées du milieu I de [AB].
3. Déterminer l'équation de la droite (d) passant par I et parallèle à (BC).
4. Vérifier que J, milieu de [AC], appartient à (d) .
5. Quel résultat retrouve-t-on ainsi ?

Correction :



1. Voir ci-contre.
2. $I(\frac{-1+3}{2};\frac{2+7}{2})$ donc $I(1;\frac{9}{2})$
3. (d) est parallèle à (BC) et (BC) n'est pas parallèle à l'axe (Oy) donc le coefficient directeur de (BC) et (d) sont égaux à $m=\frac{-1-7}{5-3}=-4$ donc (d) admet une équation réduite de la forme $y=-4x+p$.
   Or $I(1;\frac{9}{2})$ appartient à (d) donc $\frac{9}{2}=-4\times 1+p$ donc $p=\frac{9}{2}+4=\frac{17}{2}$. L'équation réduite de (d) est donc $y=-4x+\frac{17}{2}$.
4. $J(\frac{-1+5}{2};\frac{2+(-1)}{2})$ d'où $J(2;\frac{1}{2})$. Or $-4\times x_J+\frac{17}{2}=-4\times 2+\frac{17}{2}=-8+\frac{17}{2}=\frac{1}{2}=y_J$ donc J appartient à (d).
5. On retrouve la réciproque de la propriété de la droite des milieux.