Exercice 1 :
Soit (d_1) la droite passant par A(-3;3) et B(3 ;-1).
On considère les vecteurs $\vec{u}(3;-2), \vec{v}(-0{,}75;0{,}5)$ et $\vec{w}(1;0{,}6)$.

1. Donner un vecteur directeur de (d_1)
2. Déterminer parmi les vecteurs $\vec{u}, \vec{v}$ et $\vec{w}$ ceux qui sont directeurs de (d_1)

Correction

1. $\overrightarrow{AB}(6;-4)$ est un vecteur directeur de (AB).
2. $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ donc $\vec{u}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ donc $\vec{u}$ est directeur de (AB).

   $\vec{v}=-\frac{3}{4}\vec{u}$ donc $\vec{v}$ est colinéaire à $\vec{u}$ donc $\vec{v}$ est aussi directeur de (AB).

   $det(\vec{u};\vec{w})=3\times 0{,}6-(-2)\times 1=1{,}8+2=3{,}8\neq 0$ donc $\vec{w}$ n'est pas colinéaire à $\vec{u}$ donc $\vec{w}$ n'est pas directeur de (AB).

Exercice 2 :

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) passant par A(1;3) et de vecteur directeur $\vec{u}(-2;5)$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d ') passant par B(7;-1) et de vecteur directeur $\vec{v}(0;3)$.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec A(-5;4) et B(-1;1).

Correction
Soit $M(x;y)$ un point du plan.

1. $M(x;y)\in(d)\Leftrightarrow det(\overrightarrow{AM};\vec{u})=0\Leftrightarrow(x-1)\times 5-(y-3)\times(-2)=0$
   $M(x;y)\in(d)\Leftrightarrow 5x-5+2y-6=0\Leftrightarrow 5x+2y-11=0$

   Conclusion : une équation cartésienne de (d) est $5x+2y-11=0$.

2. $M(x;y)\in(d')\Leftrightarrow det(\overrightarrow{BM};\vec{v})=0\Leftrightarrow(x-7)\times 3-(y+1)\times 0=0$
   $M(x;y)\in(d')\Leftrightarrow det(\overrightarrow{BM};\vec{v})=0\Leftrightarrow 3x-21=0$

   Conclusion : une équation cartésienne de (d') est $3x-21=0$.

3. $M(x;y)\in(AB)\Leftrightarrow det(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AB})=0\Leftrightarrow(x+5)\times(-3)-(y-4)\times 4=0$
   $M(x;y)\in(d)\Leftrightarrow -3x-15-4y+16=0\Leftrightarrow -3x-4y+1=0$

   Conclusion : une équation cartésienne de (AB) est $-3x-4y+1=0$.

Exercice 3 :
Pour chacun des cas, déterminer un vecteur directeur de (d) :

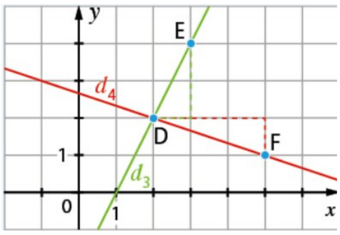
(d_1) : $5x - 2y + 1 = 0$	(d_2) : $x - 5 = 0$	(d_3) : $y = 2x + 3$

Correction

$\vec{u}(2;5)$ est un vecteur directeur de (d_1).
$\vec{v}(0;1)$ est un vecteur directeur de (d_2).
$\vec{w}(1;2)$ est un vecteur directeur de (d_3).

Exercice 4 : Déterminer :

1. La pente m_1 de la droite d_1 passant par A(-4;2) et B(2 ;-3).
2. La pente m_2 de la droite d_2 dont une équation cartésienne est $6x - 4y + 2 = 0$
3. Les pentes des droites d_3 et d_4 tracées ci-dessous :



Correction

1. $m_1 = \frac{-3-2}{2-(-4)} = \frac{-5}{6}$
2. $m_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
3. $m_3 = \frac{2}{1} = 2$ et $m_4 = \frac{-1}{3}$

Exercice 5 : Déterminer l'équation réduite des droites :

1. d_1 passant par A(2;3) et de pente -4
2. d_2 passant par A(0;5) et de coefficient directeur 0

Correction

1. d_1 a une équation réduite de la forme $y=-4x+p$.
   Or, A(2;3) appartient à d_1 donc $3=-4\times2+p$ donc $p=3+8=11$
   Conclusion : $d_1 : y=-4x+11$.

2. d_2 a une équation réduite de la forme $y=0x+p=p$.
   Or, A(0;5) appartient à d_2 donc $y=5$
   Conclusion : $d_2 : y=5$.

Exercice 6 : Résoudre par la méthode la plus adaptée, chacun des systèmes suivants :

$$(S):\begin{cases} x-3y=-1 \\ -3x+4y=-2 \end{cases} \text{ et } (S'):\begin{cases} 3x+5y=-6 \\ 7x+3y=12 \end{cases}$$

Correction

- On résout le système (S) par substitution :

$$(S):\begin{cases} x-3y=-1 \\ -3x+4y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-1 \\ -3(3y-1)+4y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+1 \\ -9y+3+4y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+1 \\ -5y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y+1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x=3\times1+1 \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$$

Conclusion : $S=\{\,(4;1)\}$

- On résout le système (S') par combinaison :

$$(S'):\begin{cases} 3x+5y=-6 \\ 7x+3y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+15y=-18 \\ 35x+15y=60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5y=-6 \\ 26x=78 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5y=-6 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\times3+5y=-6 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9+5y=-6 \\ x=3 \end{cases}$$

$$(S') \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=-15 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=3 \end{cases}$$

Conclusion : $S=\{\,(-3;3)\}$

Exercice 7 : Dans chacun des cas suivants, justifiez si les droites (d) et (d') sont parallèles ou sécantes et lorsqu'elles sont sécantes, déterminez les coordonnées de leur point d'intersection.

1. (d) : 3x + y -1 = 0 et (d') : -6x – 2y – 5 = 0
2. (d) : y = 2x + 4 et (d') : y = -5
3. (d) : -3x + 1 = 0 et (d') : x = -2
4. (d) : x- 3y – 1 = 0 et (d') : y = 2x + 3
5. (d) : 2x – 3y + 4 = 0 et (d') : 5x + 2y - 9 = 0
6. (d) : y = -x -1 et (d') : y = 2x -7

Correction

1. $\vec{u}(-1;3)$ et $\vec{v}(2;-6)$ sont des vecteurs directeurs respectifs de (d) et (d').
   Or, $\vec{v}=-2\vec{u}$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires donc (d) et (d') sont parallèles.

2. $m=2$ et $m'=0$ sont les coefficients directeurs respectifs de (d) et (d').
   Or, $m\neq m'$ donc (d) et (d') sont sécantes.
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}y=2x+4\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4=5\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow K\left(\frac{1}{2};5\right)$$
   Conclusion : (d) et (d') sont sécantes en $K\left(\frac{1}{2};5\right)$.

3. $(d):x=\frac{1}{3}$ et $(d'):x=-2$ sont deux droites verticales strictmeent parallèles donc ne sont pas sécantes.

4. $\vec{u}(3;1)$ et $\vec{v}(1;2)$ sont des vecteurs directeurs respectifs de (d) et (d').
   Or, $det(\vec{u};\vec{v})=3\times2-1\times1=5\neq0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc (d) et (d') sont sécantes.
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}x-3y-1=0\\ y=2x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3(2x+3)-1=0\\ y=2x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-6x-9-1=0\\ y=2x+3\end{cases}$$
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}-5x-10=0\\ y=2x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=2x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=2\times(-2)+3=-1\end{cases}\Leftrightarrow K(-2;-1)$$
   Conclusion : (d) et (d') sont sécantes en $K(-2;-1)$.

5. $\vec{u}(3;2)$ et $\vec{v}(-2;5)$ sont des vecteurs directeurs respectifs de (d) et (d').
   Or, $det(\vec{u};\vec{v})=3\times5-2\times(-2)=15+4=19\neq0$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires donc (d) et (d') sont sécantes.
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+4=0\\ 5x+2y-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}10x-15y+20=0\\ 10x+4y-18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+4=0\\ -19y+38=0\end{cases}$$
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3y+4=0\\ y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3\times(-2)+4=0=0\\ y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+10=0\\ y=-2\end{cases}$$
   $$K(x;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\ y=-2\end{cases}\Leftrightarrow K(-5;-2)$$
   Conclusion : (d) et (d') sont sécantes en $K(-5;-2)$.

6. $m=-1$ et $m'=2$ sont les coefficients directeurs respectifs de (d) et (d').
   Or, $m\neq m'$ donc (d) et (d') sont sécantes.

$K(x\,;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow\begin{cases}y=-x-1\\y=2x-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x-1=2x-7\\y=2x-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3x=-6\\y=2x-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\times2-7=-3\end{cases}$

$K(x\,;y)\in(d)\cap(d')\Leftrightarrow K(2\,;-3)$

Conclusion : (d) et (d') sont sécantes en $K(2\,;-3)$.

Exercice 8 : On considère les droites (d) et (d') d'équations respectives 2x + y = 5 et 6x – 3y = -3.

1. Déterminer leur équation réduite
2. A l'aide de votre calculatrice graphique, afficher les droites dans un repère puis lire les coordonnées de leur point d'intersection K.
3. Vérifier, par le calcul, l'exactitude des coordonnées lues.

Correction

1. $2x+y=5\Leftrightarrow y=-2x+5$ est l'équation réduite de (d)
   $6x-3y=-3\Leftrightarrow-3y=-6x-3\Leftrightarrow y=2x+1$ est l'équation réduite de (d')
2. A l'aide de la calculatrice, les droites semblent sécantes en K(1;3)
3. $2\times1+3=5$ donc K(1;3) appartient à (d)
   $6\times1-3\times3=6-9=-3$ donc K(1;3) appartient à(d')

Conclusion : K(1;3) est bien le point d'intersection de (d) et (d').