Exercice 1 : dérivée de la forme $u+v$

$f_1(x)=x^2+1$ $f_2(x)=x+\sqrt{x}$ $f_3(x)=x^3+x^2$

$f_4(x)=x^3+x+\frac{1}{x^2}$ $f_5(x)=4+\frac{1}{x}$ $f_6(x)=x^2+x+4+\frac{1}{x}$

Correction : $(u+v)'=u'+v'$

$f'_1(x)=2x$	$f'_2(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}$	$f'_3(x)=3x^2+2x$
$f'_4(x)=3x^2+1-2x^{-3}$ $f'_4(x)=3x^2+1-\frac{2}{x^3}$	$f'_5(x)=\frac{-1}{x^2}$	$f'_6(x)=2x+1-\frac{1}{x^2}$

Remarques:

$f'_4(x)=3x^2+1-2x^{-3}=3x^2+1-\frac{2}{x^3}=\frac{3x^5+x^3-2}{x^3}$

$f'_6(x)=2x+1-\frac{1}{x^2}=\frac{2x^3+x^2-1}{x^2}$

Exercice 2 : dérivée de la forme $ku(k\ réel)$

$f_1(x)=\frac{x^4}{5}$ $f_2(x)=\frac{-1}{x}$ $f_3(x)=\frac{1}{5x}$

Correction : $(ku)'=ku'(k\ réel)$

$f'_1(x)=\frac{1}{5}\times 4x^3=\frac{4x^3}{5}$ $f'_2(x)=(-1)\times(\frac{-1}{x^2})=\frac{1}{x^2}$ $f_3(x)=\frac{1}{5}\times\frac{-1}{x^2}=\frac{-1}{5x^2}$

Exercice 3 : dérivée d'un polynôme

$f_1(x)=4x^3-\frac{2}{3}x^2+6$ $f_2(x)=\frac{x^2-2x+6}{3}$ $f_3(x)=3x^5+7x^2+1$

Correction

$f'_1(x)=4\times 3x^2-\frac{2}{3}\times 2x+0=12x^2-\frac{4}{3}x$

$f'_2(x)=\frac{1}{3}(2x-2+0)=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$

$f'_3(x)=3\times 5x^4+7\times 2x+0=15x^4+14x$

Exercice 4 : dérivée d'un produit uv

$f_1(x)=x\sqrt{x}$ $\quad f_2(x)=\frac{1}{x}\sqrt{x}$ $\quad f_3(x)=(\sqrt{x}+1)^2$

$f_4(x)=x^2(2x+4)$ $\quad f_5(x)=\frac{1}{x^5}(3-x)$ $\quad f_6(x)=(4x-1)\frac{1}{x^6}$

Correction : $(uv)'=u'v+v'u$

$$f'_1(x)=1\times\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\times x=\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{2}=\frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$f'_2(x)=\frac{-1}{x^2}\times\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\times\frac{1}{x}=\frac{-\sqrt{x}}{x^2}+\frac{1}{2x\sqrt{x}}=\frac{-1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{2x\sqrt{x}}=\frac{-2}{2x\sqrt{x}}+\frac{1}{2x\sqrt{x}}=\frac{-1}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'_3(x)=2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}\times(\sqrt{x}+1)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$f'_4(x)=2x\times(2x+4)+2\times x^2=4x^2+8x+2x^2=6x^2+8x$$

$$f'_5(x)=-5x^{-6}\times(3-x)+(-1)\times x^{-5}=\frac{-5(3-x)}{x^6}-\frac{1}{x^5}=\frac{-5(3-x)}{x^6}-\frac{x}{x^6}=\frac{-15+5x-x}{x^6}=\frac{4x-15}{x^6}$$

$$f'_6(x)=4\times\frac{1}{x^6}+(-6)x^{-7}\times(4x-1)=\frac{4}{x^6}-\frac{6(4x-1)}{x^7}=\frac{4x-24x+6}{x^7}=\frac{-20x+6}{x^7}$$

Exercice 5 : dérivée de la forme $\frac{1}{u}$

$f_1(x)=\frac{1}{x^3-4}$ $\quad f_2(x)=\frac{1}{1-x}$ $\quad f_3(x)=\frac{1}{-x^2+5x+7}$

Correction : $(\frac{1}{u})'=\frac{-u'}{u^2}$

$f'_1(x)=\frac{-3x^2}{(x^3-4)^2}$ $\quad f'_2(x)=\frac{-(-1)}{(1-x)^2}=\frac{1}{(1-x)^2}$ $\quad f'_3(x)=\frac{-(-2x+5)}{(-x^2+5x+7)^2}=\frac{2x-5}{(-x^2+5x+7)^2}$

Exercice 6 : dérivée de la forme $\frac{u}{v}$

$$f_1(x)=\frac{x^3}{\sqrt{x}} \qquad f_2(x)=\frac{2\sqrt{x}}{x^2-4} \qquad f_3(x)=\frac{x^4+1}{x^3-1}$$

Correction : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-v'u}{v^2}$

$$f'_1(x)=\frac{3x^2\times\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\times x^3}{(\sqrt{x})^2}=\frac{\frac{6x^3-x^3}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{\frac{5x^3}{2\sqrt{x}}}{x}=\frac{5x^3}{2x\sqrt{x}}=\frac{5x^2}{2\sqrt{x}}$$

$$f'_2(x)=\frac{2\times\frac{1}{2\sqrt{x}}\times(x^2-4)-2x\times2\sqrt{x}}{(x^2-4)^2}=\frac{\frac{(x^2-4)}{\sqrt{x}}-4x\sqrt{x}}{(x^2-4)^2}=\frac{(x^2-4)-4x^2}{\sqrt{x}(x^2-4)}=\frac{-3x^2-4}{\sqrt{x}(x^2-4)}$$

$$f'_3(x)=\frac{4x^3(x^3-1)-3x^2(x^4+1)}{(x^3-1)^2}=\frac{4x^6-4x^3-3x^6-3x^2}{(x^3-1)^2}=\frac{x^6-4x^3-3x^2}{(x^3-1)^2}$$