**La calculatrice est interdite**

**Exercice 1**

On considère la fonction $f$ définie par $f(x)=\frac{1}{x-3}$ .

1. A l'aide du calcul du taux d'accroissement, montrer que $f'(-2)=-\frac{1}{25}$ .
2. Retrouver votre résultat à l'aide de la fonction dérivée de $f$ .
3. En déduire l'équation réduite de sa tangente $T_{-2}$ au point d'abscisse $x=-2$ ?

**Exercice 2**

On considère la fonction $g$ définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x)=-x\sqrt{x}$ .

1. Donner l'ensemble de dérivabilité de $g$ .
2. Calculer $g'(x)$ et montrer que $g'(x)=-\frac{3}{2}\sqrt{x}$ .
3. Déterminer l'équation réduite de la tangente $T_4$ à $C_g$ au point d'abscisse $a=4$ .
4. (a) Existe-t-il une tangente à $C_g$ parallèle à la droite $(d)$ d'équation $y=-\frac{1}{2}x-3$ ?

   (b) Déterminer son équation réduite.

---

**Correction**

1. Soit $h \in \mathbb{R}, h \neq 0$ . Le taux d'accroissement de la fonction $f$ entre $-2$ et $-2+h$ vaut :

$$r(h)=\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\frac{\left(\frac{1}{-2+h-3}-\frac{1}{-2-3}\right)}{h}=\frac{\left(\frac{1}{h-5}-\frac{1}{-5}\right)}{h}$$

$$r(h)=\frac{\left(\frac{1}{h-5}+\frac{1}{5}\right)}{h}=\frac{\left(\frac{5}{5(h-5)}+\frac{h-5}{5(h-5)}\right)}{h}=\frac{\left(\frac{5+h-5}{5(h-5)}\right)}{h}$$

$r(h)=\dfrac{h}{5h(h-5)}=\dfrac{1}{5(h-5)}$ d'où $\lim\limits_{h\to 0} r(h)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{1}{5(h-5)}=\dfrac{1}{-25}=-\dfrac{1}{25}$

Conclusion : $f$ est dérivable en $a=-2$ et $f'(-2)=-\dfrac{1}{25}$ .

2. $f=\dfrac{1}{u}$ avec $u(x)=x-3$ donc $u'(x)=1$

$f'=\dfrac{-u'}{u^2}$ donc $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-3)^2}$ donc $f'(-2)=\dfrac{-1}{(-2-3)^2}=-\dfrac{1}{25}$

3. L'équation de $T_{-2}$ est donnée par

$y=f'(-2)(x-(-2))+f(-2)$ avec $f'(-2)=-\dfrac{1}{25}$ et $f(-2)=-\dfrac{1}{5}$

$$y=-\frac{1}{25}\times(x+2)-\frac{1}{25}$$

$$y=-\frac{1}{25}x-\frac{2}{25}-\frac{1}{25}$$

$$y=-\frac{1}{25}x-\frac{3}{25}$$

Conclusion : $T_1 : y=-\dfrac{1}{25}x-\dfrac{3}{25}$

**Exercice 2**

On considère la fonction $g$ définie sur $[\,0;+\infty[$ par $g(x)=-x\sqrt{x}$ .

1. $g$ est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme produit de fonctions dérivable sur $]0;+\infty[$ .

2. $g=u\times v$ avec $u(x)=-x; u'(x)=-1$ et $v(x)=\sqrt{x}; v'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$g'=u'v+v'u$ donc pour tout $x>0$ on déduit :

$$g'(x)=-1\times\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\times(-x)=-\sqrt{x}-\frac{\sqrt{x}}{2}=-\frac{3}{2}\sqrt{x}$$

3. L'équation de $T_9$ est donnée par :

$y=g'(4)(x-4)+g(4)$ avec $g'(4)=-\dfrac{3}{2}\times\sqrt{4}=-\dfrac{3}{2}\times 2=-3$ et $g(4)=-4\sqrt{4}=-8$

$$y=-3\times(x-4)-8$$
$$y=-3x+12-8$$
$$y=-3x+4$$

4. (a) Déterminer s'il existe une tangente à $C_g$ parallèle à la droite $(d)$ d'équation $y=-\frac{1}{2}x-3$ revient à résoudre l'équation $g'(x)=-\frac{1}{2}$ pour $x>0$ .

$$g'(x)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow-\frac{3}{2}\sqrt{x}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow 3\sqrt{x}=1\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\frac{1}{9}$$

Conclusion : $C_g$ admet une tangente parallèle à la droite $(d)$ au point d'abscisse $a=\frac{1}{9}$ .

(b) $T_{\frac{1}{9}}:y=g'(\frac{1}{9})(x-\frac{1}{9})+g(\frac{1}{9})$ avec $g'(\frac{1}{9})=-\frac{1}{2}$ et $g(\frac{1}{9})=-\frac{1}{9}\times\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{-1}{27}$

$T_{\frac{1}{9}}:y=-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{9})-\frac{1}{27}$

$T_{\frac{1}{9}}:y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{18}-\frac{1}{27}$

$T_{\frac{1}{9}}:y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{54}-\frac{2}{54}$

$T_{\frac{1}{9}}:y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{54}$