

Sujet B

Exercice 1

1. Déterminer la forme factorisée de la fonction polynôme du second degré f s'annulant en -1 et en 7 et telle que $f(0) = \frac{7}{4}$.
 2. En déduire que sa forme développée s'écrit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$.
 3. (a) Quelles sont les coordonnées du sommet S de sa parabole ?
(b) En déduire sa forme canonique.
(c) Retrouver sa forme canonique à l'aide de la méthode par factorisation.
 4. Dresser son tableau de variations en justifiant votre réponse.
 5. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.
-

Correction - Sujet B

Exercice 1

1. f est une fonction polynôme du second degré s'annulant en -1 et en 7 donc -1 et 7 sont ses deux racines donc f est factorisable sous la forme $f(x) = a(x+1)(x-7)$.

$$\text{Or } f(0) = \frac{7}{4} \text{ donc } a \times (0+1)(0-7) = \frac{7}{4} \text{ donc } -7a = \frac{7}{4} \text{ donc } a = \frac{\frac{7}{4}}{-7} = \frac{7}{4} \times \frac{1}{-7} = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Conclusion : } f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)(x-7).$$

$$2. f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)(x-7) = -\frac{1}{4}(x^2 - 7x + x - 7) = -\frac{1}{4}(x^2 - 6x - 7) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4}$$

$$3. (a) \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-\frac{3}{2}}{2 \times (-\frac{1}{4})} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = 3 \text{ et } \beta = f(\alpha) = f(3) = -\frac{1}{4}(3+1)(3-7) = -\frac{1}{4} \times 4 \times (-4) = 4$$

On déduit que le sommet S de la parabole a pour coordonnées $S(3;4)$.

$$(b) S(3;4) \text{ et } a = -\frac{1}{4} \text{ donc sa forme canonique est } f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 4.$$

$$(c) f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{7}{4} = -\frac{1}{4}(x^2 - 6x) + \frac{7}{4} = -\frac{1}{4}(x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 - 3^2) + \frac{7}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}[(x-3)^2 - 9] + \frac{7}{4} = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + \frac{9}{4} + \frac{7}{4} = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + \frac{16}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 4$$

4. $a = -\frac{1}{4} < 0$ donc f est croissante sur $]-\infty; \alpha]$ et décroissante sur $[\alpha; +\infty[$ avec $\alpha = 3$ d'où son tableau de variations sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f	\nearrow 4 \searrow		

5. f est une fonction polynôme du 2nd degré admettant deux racines réelles $x_1 = -1$ et $x_2 = 7$ avec $a = -\frac{1}{4} < 0$ d'où son tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

A l'aide du tableau de signes de $f(x) \geq 0$ on déduit que $S = [-1; 7]$.