Sujet A

Exercice 1

1. Déterminer la forme factorisée de la fonction polynôme du second degré f s'annulant en -2 et en 6 et telle que $f(0)=-3$.
2. En déduire que sa forme développée s'écrit $f(x)=\frac{1}{4}x^2-x-3$.
3. (a) Quelles sont les coordonnées du sommet S de sa parabole ?
   (b) En déduire sa forme canonique.
   (c) Retrouver sa forme canonique à l'aide de la méthode par factorisation.
4. Dresser son tableau de variations en justifiant votre réponse.
5. Résoudre l'inéquation $f(x)\geqslant 0$.

Correction - Sujet A

Exercice 1

1. f est une fonction polynôme du second degré s'annulant en -2 et en 6 donc -2 et 6 sont ses deux racines donc f est factorisable sous la forme $f(x)=a(x+2)(x-6)$.

   Or $f(0)=-3$ donc $a\times(0+2)(0-6)=-3$ donc $-12a=-3$ donc $a=\dfrac{-3}{-12}=\dfrac{1}{4}$.

   Conclusion : $f(x)=\dfrac{1}{4}(x+2)(x-6)$.

2. $f(x)=\dfrac{1}{4}(x+2)(x-6)=\dfrac{1}{4}(x^2-6x+2x-12)=\dfrac{1}{6}(x^2-4x-12)=\dfrac{1}{4}x^2-x-3$

3. (a) $\alpha=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{1}{2\times\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}}=2$ et $\beta=f(\alpha)=f(2)=\dfrac{1}{4}\times2^2-2-3=\dfrac{1}{4}\times4-2-3=1-2-3=-4$

   On déduit que le sommet S de la parabole a pour coordonnées $S(2;-4)$.

   (b) $S(2;-4)$ et $a=\dfrac{1}{4}$ donc sa forme canonique est $f(x)=\dfrac{1}{4}(x-2)^2-4$.

   (c) $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-x-3=\dfrac{1}{6}(x^2-4x)-3=\dfrac{1}{4}[(x-2)^2-2^2+2^2]-3=\dfrac{1}{4}[(x-2)^2-4]-3$

   $f(x)=\dfrac{1}{4}(x-2)^2-1-3=\dfrac{1}{4}(x-2)^2-4$

4. $a=\dfrac{1}{4}>0$ donc f est décroissante sur $]-\infty;\alpha]$ et croissante sur $[\alpha;+\infty[$ avec $\alpha=2$ d'où son tableau de variations sur ℝ :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

5. f est une fonction polynôme du 2nd degré admettant deux racines réelles $x_1=-2$ et $x_2=6$ avec $a=\dfrac{1}{4}>0$ d'où son tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		6		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

6. A l'aide du tableau de signes de $f(x)\geqslant0$ on déduit que $S=]-\infty;-2]\cup[6;+\infty[$.