

Exercice 1

1. Soit $A=2^{31}+2^{30}+2^{29}$. Écrire A sous la forme $a \times 2^{30}$ avec a est un nombre décimal.
2. On donne $B=4^{15}$. Écrire B sous la forme 2^n où n est un nombre entier à déterminer.
3. Trouve le nombre entier x tel que $\frac{A}{x} = \frac{B}{2}$.

Correction

1. $A=2^{31}+2^{30}+2^{29}=2^1 \times 2^{30} + 2^{30} + 2^{-1} \times 2^{30} = (2+1+0,5) \times 2^{30} = 3,5 \times 2^{30}$
2. $B=4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30}$
3. $\frac{A}{x} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow 2A = Bx \Leftrightarrow x = \frac{2A}{B} = \frac{2 \times 3,5 \times 2^{30}}{2^{30}} = 7$.

Exercice 2

Pour mener une expédition contre la termitière voisine, la reine des fourmis lève une armée. Elle nomme un général qui choisit cinq colonels, qui prennent chacun cinq capitaines qui prennent chacun cinq lieutenants qui prennent chacun cinq sergents qui choisissent chacun 25 soldats.

1. Exprimer le nombre de soldats sous la forme 5^n
2. Calculer l'effectif total de cette armée.
3. La reine des termites décide de lever une armée dont l'effectif est une puissance de 10. Quel est l'exposant minimum de cette puissance pour que les termites soient plus nombreuses que les fourmis ?

Correction

1. $\text{Nombre de soldats} = 1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$
2. $\text{Effectif total} = 1 + 5^6 = 1 + 15625 = 15626$ (on ne compte pas la Reine)
3. On a $10^4 = 10000$ et $10^5 = 100000$ donc la Reine des termites devra lever une armée d'effectif égal à 10^5

Exercice 3

Écris les expressions suivantes sous la forme d'une puissance de 10.

$$A = 10^5 \times (10^{-3})^4$$

$$B = 10 \times (10^{-7})^3 \times 10^9$$

$$C = 2^3 \times 5^3 \times 10^8$$

$$D = \frac{10^{-2} \times 10^{-7}}{10^6}$$

$$E = \frac{10^{-4} \times 10^9}{10^5 \times 10^{-7}}$$

$$F = \frac{(10^4)^{-2} \times 10}{10^{-3}}$$

$$G = \left(\frac{10^{13} \times 10^{-9}}{10^{-14} \times 10^{-8}} \right)^2$$

$$H = \frac{20^6 \times 10^{-9}}{2^6}$$

Correction

$$A = 10^5 \times (10^{-3})^4 = 10^5 \times 10^{-12} = 10^{-7}$$

$$B = 10 \times (10^{-7})^3 \times 10^9 = 10^{1-21+9} = 10^{-11}$$

$$C = 2^3 \times 5^3 \times 10^8 = (2 \times 5)^3 \times 10^8 = 10^3 \times 10^8 = 10^{11}$$

$$D = \frac{10^{-2} \times 10^{-7}}{10^6} = \frac{10^{-9}}{10^6} = 10^{-9-6} = 10^{-15}$$

$$E = \frac{10^{-4} \times 10^9}{10^5 \times 10^{-7}} = \frac{10^5}{10^{-2}} = 10^{5-(-2)} = 10^{5+2} = 10^7$$

$$F = \frac{(10^4)^{-2} \times 10}{10^{-3}} = \frac{10^{-8} \times 10^1}{10^{-3}} = \frac{10^{-7}}{10^{-3}} = 10^{-7-(-3)} = 10^{-7+3} = 10^{-4}$$

$$G = \left(\frac{10^{13} \times 10^{-9}}{10^{-14} \times 10^{-8}} \right)^2 = \left(\frac{10^4}{10^{-22}} \right)^2 = (10^{4-(-22)})^2 = (10^{26})^2 = 10^{52}$$

$$H = \frac{20^6 \times 10^{-9}}{2^6} = \frac{(2 \times 10)^6 \times 10^{-9}}{2^6} = \frac{2^6 \times 10^6 \times 10^{-9}}{2^6} = 10^{-3}$$

Exercice 4

La lumière se propage à la vitesse moyenne d'environ $3 \times 10^5 \text{ km/s}$.

- Déterminer la distance parcourue par la lumière en une année. Donner le résultat en notation scientifique puis sa valeur décimale arrondie au dixième. C'est ce qu'on appelle une année-lumière (a.l.).
- Des astronomes ont observé l'extinction d'une étoile et ils ont estimé que cet événement s'est produit il y a environ 5 000 ans. Calculer la distance en kilomètres séparant cette étoile de la Terre. Utilise la notation scientifique.

Correction

$$1. \quad a.l. = 3 \times 10^5 \times 365 \times 24 \times 3600 = 3 \times 10^5 \times 3,65 \times 10^2 \times 2,4 \times 10^1 \times 3,6 \times 10^3$$

$$a.l. = 3 \times 3,65 \times 2,4 \times 3,6 \times 10^{11} = 94,608 \times 10^{11} = 9,4608 \times 10^{12}$$

$$2. \quad 5000 \text{ ans} = 5000 \times 365 \times 24 \times 3600 = 5 \times 10^3 \times 3,65 \times 10^2 \times 2,4 \times 10^1 \times 3,6 \times 10^3$$

$$5000 \text{ ans} = 5 \times 3,65 \times 2,4 \times 3,6 \times 10^9 = 157,68 \times 10^9 = 1,5768 \times 10^{11}$$

$$\text{distance en km} = 3 \times 10^5 \times 1,5768 \times 10^{11} = 4,7304 \times 10^{16} \text{ km}$$

Exercice 5

Ranger ces unités dans l'ordre croissant de leur masse exprimée en unités de masse atomique (u).

$$1 \text{ livre} = 273 \times 10^{24} \text{ u} \quad 1 \text{ kg} = 0,0602 \times 10^{28} \text{ u} \quad 1 \text{ kann} = 22,6 \times 10^{26} \text{ u} \quad 1 \text{ tael} = 2,28 \times 10^{25} \text{ u}$$

Correction

$$1 \text{ livre} = 273 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$1 \text{ kg} = 0,0602 \times 10^{28} \text{ u} = 0,0602 \times 10^4 \times 10^{24} \text{ u} = 602 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$1 \text{ kann} = 22,6 \times 10^{26} \text{ u} = 22,6 \times 10^2 \times 10^{24} \text{ u} = 22600 \times 10^{24} \text{ u}$$

$$1 \text{ tael} = 2,28 \times 10^{25} \text{ u} = 2,28 \times 10^1 \times 10^{24} \text{ u} = 22,8 \times 10^{24} \text{ u}$$

Conclusion : $1 \text{ tael} < 1 \text{ livre} < 1 \text{ kg} < 1 \text{ kann}$