La calculatrice est autorisée

Exercice 1

1. On cherche $x \in [\,0;60\,]$ tel que $C(x)=500$.
   $C(x)=500 \Leftrightarrow x^2-20x+200=500 \Leftrightarrow x^2-20x-300=0$
   Résolution de $x^2-20x-300=0$ dans $\mathbb{R}$.
   $\Delta=b^2-4ac=(-20)^2-4\times1\times(-300)=400+1200=1600=40^2>0$ donc l'équation a deux solutions dans $\mathbb{R}$ qui sont $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{20-40}{2}=-10\notin[0;60]$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{20+40}{2}=30\in[0;60]$.
   On déduit que le coût sera égal à 500€ pour une production de 30 objets.

2. (a) $\forall x\in[\,0;60\,], R(x)=34x$
   (b) $\forall x\in[0;60], B(x)=R(x)-C(x)=34x-(x^2-20x+200)=-x^2+54x-200$

3. (a) $B(x)=-x^2+54x-200$ est une fonction polynôme du 2nd degré, sous sa forme développée, avec $a=-1<0$ donc B a un maximum en $x=\alpha=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-54}{-2}=27$.
   On déduit le tableau de variations de B sur [0;60] :

x	0	17	60
B	-200 ↗	529	↘ -560

   (b) Ainsi, le bénéfice est maximal lorsque l'entreprise produit et vend 17 articles.
   (c) Ce bénéfice maximal vaut $\beta=f(17)=-27^2+54\times27-200=529\,€$.

4. Déterminons les racines de B dans [0;60] .
   $\Delta=b^2-4ac=54^2-4\times(-1)\times(-200)=2116\ 46^2>0$ donc B a deux racines réelles distinctes :
   $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-54-46}{-2}=50$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-54+46}{-2}=4$.
   De plus, $a=-1<0$ d'où le tableau de signes de $B(x)$ sur [0 ; 60] :

x	0		4		50		60
$B(x)$		-	0	+	0	-	

   On déduit que l'entreprise est bénéficiaire lorsqu'elle produit et vend entre 4 et 50 objets chaque jour.

Exercice 2

On a 50m de grillage donc $2x+y=50 \Leftrightarrow y=50-2x$.
On déduit, $Aire_{enclos}=x\times y=x(50-2x)=50x-2x^2=-2x^2+50x$. Notons $f(x)=-2x^2+50x$.
f est une fonction polynôme du 2nd degré sous sa forme développée **avec** $a=-2<0$, $b=50$ et $c=0$.
On déduit que f a un maximum en $x=\alpha=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-50}{-4}=12{,}50\,m$.
Ainsi, il faut placer les deux piquets en A et en B à une distance de 12,50m du mur.
L'aire maximale de l'enclos vaut alors $\beta=f(\dfrac{50}{4})=\dfrac{50}{4}(50-2\times\dfrac{50}{4})=\dfrac{50}{4}\times\dfrac{50}{2}=\dfrac{2500}{8}=312{,}50\,m^2$.