

Sujet B**Exercice 1**

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 2x - 5$.

1. Déterminer sa forme canonique à l'aide des formules adéquates.
2. Retrouver sa forme canonique par la méthode de factorisation.

Exercice 2

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 - 6x + 4$.

1. Construire, en justifiant, le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
2. Quelle est la nature de sa courbe.
3. Sa courbe admet-elle un axe de symétrie ? Si oui, préciser son équation.

Exercice 3

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $-x^2 + x + 30 = 0$.
 2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'inéquation $-x^2 + x + 30 \geq 0$.
-

Correction

Exercice 1

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 + 2x - 5$.

$$1. \quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (-3)} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\beta = f(\alpha) = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{3}\right) - 5 = -3 \times \frac{1}{9} + \frac{2}{3} - 5 = \frac{-1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{15}{3} = \frac{-14}{3}$$

On déduit que la forme canonique de f est $f(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{14}{3}$.

$$2. \quad f(x) = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) - 5 = -3\left(x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) - 5 = -3\left[\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right] - 5$$

$$f(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - \frac{15}{3} = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} - \frac{15}{3} = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{14}{3}$$

On retrouve la forme canonique de f : $f(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{14}{3}$.

Exercice 2

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -3x^2 - 6x + 4$.

$$1. \quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2 \times (-3)} = \frac{6}{-6} = -1 \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = -3 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) + 4 = -3 + 6 + 4 = 7.$$

$a = -3 < 0$. On déduit le tableau de variations de f sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f			

1. f est une fonction polynôme du second degré donc sa courbe est une parabole.

$a = -3 < 0$ donc sa parabole est tournée vers le bas.

2. La droite d'équation $x = \alpha = -1$ est un axe de symétrie de la parabole.

Exercice 3

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $-x^2+x+30=0$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-1) \times 30 = 1 + 120 = 121 > 0 \text{ donc l'équation a deux solutions réelles distinctes :}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{121}}{-2} = \frac{-1 - 11}{-2} = \frac{-12}{-2} = 6 \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{121}}{-2} = \frac{-1 + 11}{-2} = \frac{10}{-2} = -5$$

2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'inéquation $-x^2+x+30 \geq 0$.

L'équation a deux racines réelles distinctes $x_1=6$ et $x_2=-5$ et $a=-1 < 0$ d'où le tableau de signes de $-x^2+x+30$ sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	-5	6	$+\infty$	
$-x^2+x+30$	-	0	+	0	-

Conclusion : $-x^2+x+30 \geq 0$ pour $x \in [-5; 6]$.