Exercice 1

1. Démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair.
2. Démontrer que le produit de deux nombres impairs est un nombre impair.
3. Reproduire et compléter les tableaux suivants :

+	Pair	Impair
Pair		
Impair		

x	Pair	Impair
Pair		
Impair		

Correction

1 Soient n et n' deux nombres pairs alors il existe deux entiers k et k' et tels que $n=2k$ et $n'=2k'$. On a alors $n+n'=2k+2k'=2(k+k')$. Or $k+k'$ est un entier donc $n+n'$ est un multiple de 2 donc pair.

2 Soient n et n' deux nombres impairs alors il existe deux entiers k et k' et tels que $n=2k+1$ et $n'=2k'+1$. On a alors
$n\times n'=(2k+1)\times(2k'+1)=4kk'+2k+2k'+1=2(2kk'+k+k')+1$.
Or $2kk'+k+k'$ est un entier donc $n\times n'=2k''+1$ avec $k''=2kk'+k+k'$ donc impair.

3 Par des raisonnements analogues, on obtient les tableaux suivants

+	Pair	Impair
Pair	Pair	Impair
Impair	Impair	Pair

x	Pair	Impair
Pair	Pair	Pair
Impair	Pair	Impair

Exercice 2

1. Donner deux nombres impairs consécutifs et vérifier que leur somme est divisible par 4.
2. Démontrer, dans le cas général, que la somme de deux nombres impairs consécutifs est divisible par 4.

Correction

1 3+5 = 8 est divisible par 4.

2 Deux entiers impairs consécutifs peuvent s'écrire $n=2k-1$ et $n'=2k+1$ avec $k\in\mathbb{Z}$.
On a alors $n+n'=(2k-1)+(2k+1)=4k$, donc $n+n'$ est bien divisible par 4.

Exercice 3

Démontrer que la somme des carrés de quatre entiers consécutifs est divisible par 2.

Correction

Quatre entiers consécutifs peuvent s'écrire $n-1;n;n+1$ et $n+2$.

La somme de leur carré est alors

$$(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2=n^2-2n+1+n^2+n^2+2n+1+n^2+4n+4=4n^2+4n+6=2(2n^2+2n+3)$$

Or $(2n^2+2n+3)$ est un entier donc $(n-1)^2+n^2+(n+1)^2+(n+2)^2$ est divisible par 2.

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, déterminer tous les entiers naturels n tels que :

1. 11 divise n+3
2. 6 divise 3n-9

Correction

1. $11|n+3\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{Z},n+3=11k\Leftrightarrow n=11k-3$
   Or, $n\in\mathbb{N}$ donc $n\geqslant 0$ donc $S=\{\ 11k-3,k\in\mathbb{N}^*\}$.

2. $6|3n-9\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{Z},3n-9=6k\Leftrightarrow 3n=6k+9\Leftrightarrow n=2k+3$
   Or, $n\in\mathbb{N}$ donc $n\geqslant 0$ donc $S=\{\ 11k-3,k\in\mathbb{Z},k\geqslant -1\}$.

Exercice 5

Dans chacun des cas suivants, déterminer tous les entiers naturels n tels que :

1. n+6 soit divisible par n
2. n+11 soit divisible par n-1
3. n-3 divise n+2

Correction

1. $n|n+6$ et $n|n$ donc $n|(n+6)-n$ donc $n|6$.
   Or les diviseurs positifs de 6 sont : 1 ; 2 ; 3 et 6 donc $n\in\{1;2;3;6\}$.
   Réciproquement,
   si n=1 alors n+6 = 7 et 1 divise bien 7
   si n=2 alors n+6 = 8 et 2 divise bien 8
   si n=3 alors n+6 = 9 et 3 divise bien 9
   si n=6 alors n+6 = 12 et 6 divise bien 12

   Conclusion : S = {1 ; 2 ; 3 ; 6}

2. $(n-1)|(n+11)$ et $(n-1)|(n-1)$ donc $(n-1)|(n+11)-(n-1)$ donc $(n-1)|12$.
   Or les diviseurs de 12 sont : -12 ; -6 ; -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12
   donc $(n-1)\in\{-12;-6;-4;-3;-2;-1;1;2;3;4;6;12\}$
   donc $n\in\{-11;-5;-3;-2;-1;0;2;3;4;5;7;13\}$.
   Or $n\in\mathbb{N}$ donc $n\in\{0;2;3;4;5;7;13\}$.
   Réciproquement,
   si n=0 alors n-1=-1 et n+11=11 et -1 divise bien 11
   si n=2 alors n-1=1 et n+11=13 et 1 divise bien 13
   si n=3 alors n-1=2 et n+11=14 et 2 divise bien 14
   si n=4 alors n-1=3 et n+11=15 et 3 divise bien 15
   si n=5 alors n-1=4 et n+11=16 et 4 divise bien 6
   si n=7 alors n-1=6 et n+11=18 et 6 divise bien 18
   si n=13 alors n-1=12 et n=11=24 et 12 divise bien 24

   Conclusion : S = {0 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 13}

3. $(n-3)|(n+2)$ et $(n-3)|(n-3)$ donc $(n-3)|(n+2)-(n-3)$ donc $(n-3)|5$.
   Or les diviseurs de 5 sont : -5 ; -1 ; 1 et 5
   donc $(n-3)\in\{-5;-1;1;5\}$
   donc $n\in\{-2;2;4;8\}$.
   Or $n\in\mathbb{N}$ donc $n\in\{2;4;8\}$.
   Réciproquement,
   si n=2 alors n-3=-1 et n+2=4 et -1 divise bien 4
   si n=4 alors n-3=1 et n+2=6 et 1 divise bien 6
   si n=8 alors n-3=5 et n+2=10 et 5 divise bien 10

   Conclusion : S = {2 ; 4 ; 8}

Exercice 6

Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que $x^2-4y^2=36$.

Correction

Soit $(x;y)\in\mathbb{N}^2$. On a $x^2-4y^2=(x-2y)(x+2y)$. Ainsi :

$x^2-4y^2=36\Leftrightarrow(x-2y)(x+2y)=36$. Or $(x;y)\in\mathbb{N}^2$ donc $(x+2y)\geqslant 0$.

$(x-2y)(x+2y)=36\geqslant 0$ et $(x+2y)\geqslant 0\Rightarrow(x-2y)\geqslant 0$

$(x-2y)(x+2y)=36$ et $(x+2y)\geqslant 0$ et $(x-2y)\geqslant 0$ donc $(x+2y)$ et $(x-2y)$ sont deux diviseurs positifs de 36 dont le produit est égal à 36 avec $(x-2y)\leqslant(x+2y)$.

Or les diviseurs positifs de 36 sont : 1;2;3;4;6;9;12 et 36.

Les couples $(x;y)\in\mathbb{N}^2$ tels que $(x-2y)(x+2y)=36$ avec $(x-2y)\leqslant(x+2y)$ vérifient donc

$$\begin{cases}x-2y=1\\x+2y=36\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x-2y=2\\x+2y=18\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x-2y=3\\x+2y=12\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x-2y=4\\x+2y=9\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x-2y=6\\x+2y=6\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{37}{2}\notin\mathbb{N}\\y=\dfrac{35}{4}\notin\mathbb{N}\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x=10\\y=4\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x=\dfrac{15}{2}\notin\mathbb{N}\\y=\dfrac{9}{4}\notin\mathbb{N}\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x=\dfrac{13}{2}\notin\mathbb{N}\\y=\dfrac{5}{4}\notin\mathbb{N}\end{cases}\text{ ou }\begin{cases}x=6\\y=0\end{cases}$$

Les couples $(x;y)\in\mathbb{N}^2$ solutions possibles sont donc (10;4) et (6;0).

Réciproquement,

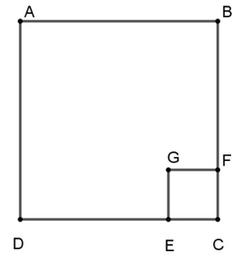
$10^2-4\times4^2=100-64=36$ donc le couple (10;4) est solution

$6^2-4\times0^2=36$ donc le couple (6;0) est solution

Conclusion : S ={(10;4) ; (6;0)}

Exercice 7

ABCD est un carré de côté $x\,cm$ avec $x \in \mathbb{N}$ *et ECFG est un carré de côté 3cm.*
Déterminer les valeurs possibles de x *afin que l'aire du polygone ABFGED soit égale à celle d'un carré de côté* y avec $y \in \mathbb{N}$ *.*



Correction

On cherche tous les couples $(x\,;y) \in \mathbb{N}^2$ tels que $x^2 - 3^2 = y^2$.

$x^2 - 3^2 = y^2 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 3^2 = 9 \Leftrightarrow (x-y)(x+y) = 9$

$(x-y)(x+y) = 9$ avec $(x\,;y) \in \mathbb{N}^2 \Rightarrow (x+y) \geqslant 0$ et $(x-y) \geqslant 0$

On déduit que $(x-y)$ et $(x+y)$ sont deux diviseurs positifs de 9 dont le produit est 9 avec $(x-y) \leqslant (x+y)$.

Or les diviseurs positifs de 9 sont 1;3 et 9. On déduit que les couples $(x\,;y) \in \mathbb{N}^2$ tels que $(x-y) | 9$ et $(x+y) | 9$ avec $0 \leqslant (x-y) \leqslant (x+y)$ vérifient :

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=9 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x-y=3 \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$$

Réciproquement,

$5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 = 4^2$ donc le couple (5;4) est bien une solution.

$3^2 - 3^2 = 0 = 0^2$ donc le couple (3;0) est bien une solution.

Conclusion : S = {(5;4) ; (3;0)}

Exercice 8

On définit la fonction $f:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$ par $f(n)=\dfrac{3n^2+2n-1}{n+4}$.

1. Déterminer les nombres a,b et c tels que $f(n)=an+b+\dfrac{c}{n+4}$.
2. Pour quelles valeurs de n , l'image de n par la fonction f est-elle un entier ?

Correction

On vérifie que $\forall n\in\mathbb{N}, n+4\neq 0$ donc f est bien définie sur $\mathbb{N}$.

1. $f(n)=an+b+\dfrac{c}{n+4}\Leftrightarrow\dfrac{3n^2+2n-1}{n+4}=\dfrac{an(n+4)+b(n+4)+c}{n+4}=\dfrac{an^2+4an+bn+4b+c}{n+4}$

$f(n)=an+b+\dfrac{c}{n+4}\Leftrightarrow\dfrac{3n^2+2n-1}{n+4}=an+b+\dfrac{c}{n+4}\Leftrightarrow 3n^2+2n-1=an^2+(4a+b)n+4b+c$

$f(n)=an+b+\dfrac{c}{n+4}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\4a+b=2\\4b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=2-4\times3=-10\\c=-1-4\times(-10)=39\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-10\\c=39\end{cases}$

Conclusion : $\forall n\in\mathbb{N}, f(n)=3n-10+\dfrac{39}{n+4}$

2. $f(n)\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow 3n-10+\dfrac{39}{n+4}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\dfrac{39}{n+4}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow(n+4)|39$

Or les diviseurs de 39 sont -39; -13 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 13 et 39
donc n+4 ϵ {-39 ; -13 ; -3 ; -1 ; 1 ; 3 ; 13 ; 39}
donc n ϵ {-43 ; -17 ; -7 ; -5 ; -3 ; -1 ; 9 ; 35}

Or, n est un entier naturel donc n ϵ {9 ; 35}

Réciproquement,
si n=9 alors $f(9)=3\times9-10+\dfrac{39}{13}=27-10+3=20\in\mathbb{Z}$
si n=35 alors $f(35)=3\times35-10+\dfrac{39}{39}=105-10+1=96\in\mathbb{Z}$

Conclusion : S ={9 ; 35}

Exercice 9

1. Déterminer les diviseurs de 24.
2. Quels sont les entiers naturels n tels que n^2-24 soit le carré d'un entier naturel ?

Correction

1. $24=1\times24=2\times12=3\times8=4\times6$ donc les diviseurs de 24 sont 1;2;3;4;6;8;12 et 24.

2. Soit $m\in\mathbb{N}$.
$n^2-24=m^2 \Leftrightarrow n^2-m^2=24 \Leftrightarrow (n-m)(n+m)=24$

Or, $(n;m)\in\mathbb{N}^2 \Rightarrow n+m\geqslant0$.
$(n-m)(n+m)=24$ et $(n+m)\geqslant0 \Rightarrow (n-m)\geqslant0$

On déduit que $n-m|24$ et $n-m|24$ avec $0\leqslant(n-m)\leqslant(n+m)$ d'où

$$\begin{cases} n-m=1 \\ n+m=24 \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n-m=2 \\ n+m=12 \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n-m=3 \\ n+m=8 \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n-m=4 \\ n+m=6 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=\dfrac{25}{2}\notin\mathbb{N} \\ n+m=\dfrac{23}{2}\notin\mathbb{N} \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n=7 \\ m=5 \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n=\dfrac{11}{2}\notin\mathbb{N} \\ m=\dfrac{5}{2}\notin\mathbb{N} \end{cases} \text{ou} \begin{cases} n=5 \\ m=1 \end{cases}$$

Réciproquement, on vérifie que $7^2 - 24 = 49 - 24 = 25 = 5^2$ et $5^2 - 24 = 25 - 24 = 1 = 1^2$

Conclusion : S ={7 ;5}

Exercice 10

Soit $P(x)=ax^2+bx+c$ un polynôme du second degré à coefficient entiers avec $a\neq 0$.

1. Rappeler sans la démontrer, à quelle condition, P admet-il exactement deux racines réelles distinctes ?
2. On suppose que P admet exactement deux racines réelles distinctes x_1 et x_2 avec $x_1\in\mathbb{Z}$. Démontrer que $x_1|c$.
3. Sans la résoudre, préciser si l'équation $x^2-7x+3=0$ admet des solutions entières.
4. Déterminer les polynômes de la forme $P(x)=ax^2+bx+6$ admettant deux racines entières dont l'une est 2.

Correction

1. $P(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$ et $(a,b,c)\in\mathbb{Z}^3$ admet exactement deux solutions réelles distinctes si et seulement si $\Delta=b^2-4ac>0$.

2. On suppose que $\Delta=b^2-4ac>0$ et on note $x_1\in\mathbb{Z}$ l'une des deux racines réelles.
   On a $x_1x_2=\dfrac{c}{a}$ donc $a\times x_1\times x_2=c$. Or, $a\in\mathbb{Z}^*, x_1\in\mathbb{Z}$ et $c\in\mathbb{Z}$ donc $x_2\in\mathbb{Z}$ et $x_1|c$.

3. $\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\times 1\times 13=49-12=37>0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes.
   Raisonnons par l'absurde et supposons que l'une des solutions, par exemple x_1 soit entière.
   Alors, d'après le 2., $x_1|c=3$ donc $x_1=1$ ou $x_1=3$ ou $x_1=-1$ ou $x_1=-3$.
   Or,
   $1^2-7\times 1+3-3\neq 0$ et $(-1)^2-7\times(-1)+3=11\neq 0$
   $3^2-7\times 3+3=-9\neq 0$ et $(-3)^2-7\times(-3)+3=33\neq 0$
   donc l'équation n'admet pas de solutions entières.

4. Si $x_1=2$ est une racine de $P(x)=ax^2+bx+6$ alors l'autre racine x_2 vérifie $x_1\times x_2=\dfrac{6}{a}$
   donc $a\times 2\times x_2=6$ avec $a\in\mathbb{Z}^*, 2\in\mathbb{N}$ et $x_2\in\mathbb{Z}$ donc $a x_2=3$ avec $a\in\mathbb{Z}^*$ et $x_2\in\mathbb{Z}$ donc

   $$\begin{cases}x_2=-1\\ a=-3\end{cases} \text{ ou } \begin{cases}x_2=1\\ a=3\end{cases} \text{ ou } \begin{cases}x_2=-3\\ a=-1\end{cases} \text{ ou } \begin{cases}x_2=3\\ a=1\end{cases}$$

   Or, $x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}$ donc $-b=a(x_1+x_2)$ donc $b=-a(x_1+x_2)$

   1er cas : $x_1=2$ et $x_2=-1$ et $a=-3$ donc $b=3\times 1=3$ et $P_1(x)=-3x^2+3x+6$
   2ème cas : $x_1=2$ et $x_2=1$ et $a=3$ donc $b=(-3)\times 3=-9$ et $P_2(x)=3x^2-9x+6$
   3ème cas : $x_1=2$ et $x_2=-3$ et $a=-1$ donc $b=1\times(-1)=-1$ et $P_3(x)=-x^2-x+6$
   4ème cas : $x_1=2$ et $x_2=3$ et $a=1$ donc $b=(-1)\times 5=-5$ et $P_4(x)=x^2-5x+6$

Réciproquement :

$P_1(x)=-3x^2+3x+6=-3(x^2-x-2)=-3(x+1)(x-2)$
$P_2(x)=3x^2-9x+6=3(x^2-3x+2)=3(x-1)(x-2)$
$P_3(x)=-x^2-x+6=-(x^2+x-6)=-(x+3)(x-2)$
$P_4(x)=x^2-5x+6=(x-3)(x-2)$

Conclusion : Les seuls polynômes du second degré de la forme $P(x)=ax^2+bx+6$ avec $a\neq 0$ et $b\in\mathbb{Z}$ admettant deux racines réelles distinctes dont l'une est 2 sont :

$P_1(x)=-3x^2+3x+6\,;P_2(x)=3x^2-9x+6\,;P_3(x)=-x^2-x+6$ et $P_4(x)=x^2-5x+6$

Exercice 11

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , 9^n-2^n est divisible par 7.

Correction

$\forall n\in\mathbb{N}$, posons : $P(n): 9^n-2^n$ divisible par 7

Initialisation : $9^0-2^0=1-1=0$ est divisible par 7 donc $P(0)$ est vraie.

Hérédité : on suppose qu'il existe un entier $n\geqslant 0$ pour lequel $P(n)$ est vraie c'est à dire 9^n-2^n divisible par 7 donc il existe $k\in\mathbb{Z}$ tel que $9^n-2^n=k\times 7$ donc $9^n=2^n+7k$

Or,

$9^{n+1}-2^{n+1}=9\times 9^n-2\times 2^n$ donc $9^{n+1}-2^{n+1}=9\times(2^n+7k)-2\times 2^n=9\times 2^n+7\times kn-2\times 2^n$ donc $9^{n+1}-2^{n+1}=7\times 2^n-7\times kn=7(9^n+kn)$

Or, $(9^2+kn)=k'\in\mathbb{Z}$ donc $9^{n+1}-2^{n+1}$ est divisible par 7 donc $P(n+1)$ est vraie.

Conclusion : $P(n)$ est initialisée au rang $n=0$ et héréditaire donc vraie pour tout entier naturel n d'après le principe du raisonnement par récurrence donc

$$\forall n\in\mathbb{N}, 9^n-2^n \text{ divisible par } 7$$

Exercice 12
Soient $(a;b)\in\mathbb{Z}^2$. Démontrer que $11|(6a+5b)\Leftrightarrow 11|(5a+6b)$.

Correction

(a) Supposons que $11|(6a+5b)$. Or $11|(11a+11b)$.
On déduit que $11|(11a+11b)-(6a+5b)$ donc $11|(5a+6b)$.

(b) Supposons que $11|(5a+6b)$. Or $11|(11a+11b)$.
On déduit que $11|(11a+11b)-(5a+6b)$ donc $11|(6a+5b)$.

Conclusion : $11|(6a+5b)\Leftrightarrow 11|(5a+6b)$

Exercice 13

1. Soit $n\in\mathbb{N}$. Déterminer tous les entiers naturels éventuels d tels que $d|(n+6)$ et $d|(2n+3)$.
2. En déduire les couples d'entiers naturels $(n;d)$ tels que $d|(n+6)$ et $d|(2n+3)$.

Correction

1. $d|(n+6)$ donc $d|(2n+12)$
   $d|(2n+12)$ et $d|(2n+3)$ donc $d|(2n+12)-(2n+3)$ donc $d|9$
   Or, les diviseurs positifs de 9 sont 1;3 et 9 donc d ϵ {1;3;9}

2. $d|(n+6)$ et $d|(2n+3)$ donc $d|(2n+3)-(n+6)$ donc $d|(n-3)$

   si d=1 alors $n-3=k$ avec $k\in\mathbb{Z}$ donc $n=k+3$
   Or, $n\in\mathbb{N}$ donc $k\in\mathbb{Z}, k\geqslant -3$
   Ainsi, les couples $(k+3;1)$ avec $k\in\mathbb{Z}, k\geqslant -3$ conviennent

   si d=3 alors $n-3=3k$ avec $k\in\mathbb{Z}$ donc $n=3k+3$
   Or, $n\in\mathbb{N}$ donc $k\in\mathbb{Z}, k\geqslant -1$
   Ainsi, les couples $(3k+3;3)$ avec $k\in\mathbb{Z}, k\geqslant -1$ conviennent

   si d=9 alors $n-3=9k$ avec $k\in\mathbb{Z}$ donc $n=9k+3$
   Or, $n\in\mathbb{N}$ donc $k\in\mathbb{N}$
   Ainsi, les couples $(9k+3;9)$ avec $k\in\mathbb{N}$ conviennent

Exercice 14

Soient $(a,b,x,y)\in\mathbb{Z}^4$ tels que $a=x+y$ et $b=2x+3y$.

1. Justifier que tout diviseur de x et y divise a et b .
2. Exprimer x et y en fonction de a et b .
3. Justifier que tout diviseur de a et b divise x et y .
4. Déterminer les diviseurs communs aux quatre entiers 20;30;50 et 130.

Correction

1. Si d est un diviseur de x et y alors d est un diviseur de toute combinaison linéaire de x et y donc un diviseur de $a=x+y$ et $b=2x+3y$.

2. $\begin{cases} a=x+y \\ b=2x+3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=a-x \\ b=2x+3(a-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=a-x \\ b=-x+3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=a-(3a-b) \\ x=3a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3a-b \\ y=-2a+b \end{cases}$

3. Si d' est un diviseur de a et b alors d' est un diviseur de toute combinaison linéaire de a et b donc en particulier diviseur de $x=3a-b$ et $y=-2a+b$.

4. Posons $x=20, y=30, a=x+y=20+30=50$ et $b=2x+3y=40+90=130$.
   D'après les questions 1. et 3., les diviseurs communs à x et y sont les diviseurs communs à a et b .
   Or, les diviseurs de 20 sont -20;-10;-5;-4;-2;-1;1;2;4;5;10 et 20.
   Les diviseurs de 30 sont -30;-15;-10;-6;-5;-3;-2;-1;1;2;3;5;6;10;15 et 30.
   donc les diviseurs communs à 20 et 30 sont -10;-5;-2;-1;1;2;5 et 10

   Conclusion : Les diviseurs communs à 20;30;50 et 130 sont 10;-5;-2;-1;1;2;5 et 10.