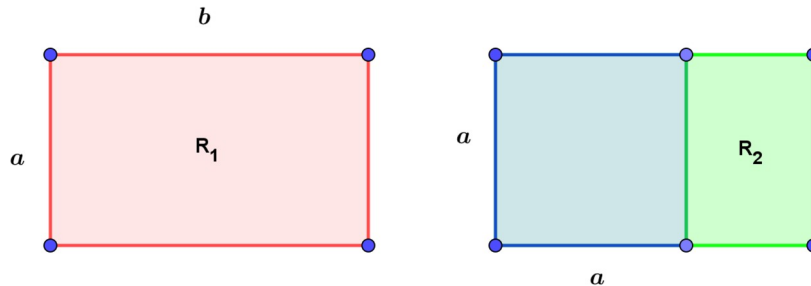


La calculatrice est interdite

Exercice 1 - Le nombre d'or

La façade du Parthénon s'inscrit dans un rectangle d'or c'est à dire dans un rectangle R_1 tel que, si on lui ôte un carré contenu dans ce rectangle, le nouveau rectangle obtenu R_2 a des dimensions proportionnelles à celles du rectangle initial. Le nombre d'or est le rapport de la longueur du rectangle d'or à sa largeur.



1. Soit a la largeur du rectangle d'or et b sa longueur avec $b > a$.
Montrer que la construction conduit à l'égalité $b^2 - ab = a^2$.
2. On pose $x = \frac{b}{a}$. Montrer que x est solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$ (E).
3. Résoudre l'équation (E), sa solution positive est le nombre d'or ϕ .
4. Montrer que $\phi^2 = \phi + 1$ puis que $\frac{1}{\phi} = \phi - 1$.
5. En utilisant l'égalité $\phi^2 = \phi + 1$, montrer que $\phi^3 = 2\phi + 1$.
6. En déduire de la même façon ϕ^4 et ϕ^5 en fonction de ϕ .

Exercice 2 - Equations bicarrées

1. On veut résoudre l'équation (E): $2x^4 + x^2 - 6 = 0$.
(a) On pose $X = x^2$. Montrer que (E) est équivalente à (E)': $2X^2 + X - 6 = 0$.
(b) Résoudre (E').
(c) En déduire les solutions de (E).
2. En utilisant la même méthode, résoudre l'équation (F): $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$.

A savoir : les équations du type (E) et (F) sont appelées des équations bicarrées.