

Sujet A**Exercice 1**

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 3x - 5$.

1. Déterminer sa forme canonique à l'aide des formules adéquates.
2. Retrouver sa forme canonique par la méthode de factorisation.

Exercice 2

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + 6x - 4$.

1. Construire, en justifiant, le tableau de variations de f sur \mathbb{R} .
2. Quelle est la nature de sa courbe.
3. Sa courbe admet-elle un axe de symétrie ? Si oui, préciser son équation.

Exercice 3

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $-x^2 - 3x + 28 = 0$.
 2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'inéquation $-x^2 - 3x + 28 < 0$.
-

Correction

Exercice 1

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^2 + 3x - 5$.

$$1. \quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\beta = f(\alpha) = -2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \times \left(\frac{3}{4}\right) - 5 = -2 \times \frac{9}{16} + \frac{9}{4} - 5 = \frac{-9}{8} + \frac{18}{8} - \frac{40}{8} = \frac{-31}{8}$$

On déduit que la forme canonique de f est $f(x) = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{31}{8}$.

$$2. \quad f(x) = -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x\right) - 5 = -2\left(x^2 - 2 \times x \times \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) - 5 = -2\left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right] - 5$$

$$f(x) = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} - 5 = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{8} - \frac{40}{8} = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{31}{8}$$

On retrouve la forme canonique de f : $f(x) = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{31}{8}$.

Exercice 2

On considère la fonction polynôme du second degré définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + 6x - 4$.

$$1. \quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \times 3} = \frac{-6}{6} = -1 \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = 3 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) - 4 = 3 - 6 - 4 = -7$$

$a = 3 > 0$. On déduit le tableau de variations de f sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f			

1. f est une fonction polynôme du second degré donc sa courbe est une parabole.
 $a = 3 > 0$ donc sa parabole est tournée vers le haut.

2. La droite d'équation $x = \alpha = -1$ est un axe de symétrie de la parabole.

Exercice 3

1. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'équation $-x^2-3x+28=0$.

$\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times(-1)\times 28=9+112=121>0$ donc l'équation a deux solutions réelles distinctes :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3-\sqrt{121}}{-2}=\frac{3-11}{-2}=\frac{-8}{-2}=4 \text{ et } x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{3+\sqrt{121}}{-2}=\frac{3+11}{-2}=\frac{14}{-2}=-7$$

2. Résoudre, dans \mathbb{R} , l'inéquation $-x^2-3x+28<0$.

L'équation a deux racines réelles distinctes $x_1=4$ et $x_2=-7$ et $a=-1<0$ d'où le tableau de signes de $-x^2-3x+28$ sur \mathbb{R} :

x	$-\infty$	-7	4	$+\infty$		
$-x^2-3x+28$		-	0	+	0	-

Conclusion : $-x^2-3x+28<0$ pour $x\in]-\infty;-7[\cup]4;+\infty[$.