

Exercice 1

Résoudre l'équation $\frac{x^2+19x+18}{x^2+5x-6}=0$

Correction

L'équation est définie pour les réels x tels que $x^2+5x-6 \neq 0$

Résolution de $x^2+5x-6=0$

On déduit que l'équation est définie pour $x \neq 1$ et $x \neq -6$.

On déduit que $\frac{x^2+19x+18}{x^2+5x-6}=0 \Leftrightarrow x^2+19x+18$ et $x \neq 1$ et $x \neq -6$

Résolution de $x^2+19x+18=0$

$x_1 = -1$ est une solution évidente donc la deuxième solution x_2 vérifie $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ donc $-1 \times x_2 = 18$ donc $x_2 = -18$

Conclusion : $-1 \neq 1$ et $1 \neq -6$ et $18 \neq 1$ et $18 \neq -6$ donc l'équation admet deux solutions : -1 et -18

Exercice 2

Résoudre l'équation $x^2+2x-3=0$ puis retrouver vos résultats à l'aide de la calculatrice.

Correction

$x_1 = 1$ est une solution évidente donc la deuxième solution x_2 vérifie $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ donc $1 \times x_2 = -3$ donc $x_2 = -3$.

A la calculatrice, on vérifie bien que 1 et -3 sont les deux solutions de l'équation.

Exercice 3

- Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le polynôme du second degré $f(x) = x^2 + 3x - 8m$ admet une seule racine.
- Calculer cette racine.

Correction

- $f(x) = x^2 + 3x - 8m$ admet une seule racine si et seulement si $\Delta = 0$
 $\Delta = 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4 \times 1 \times (-8m) = 0 \Leftrightarrow 9 + 32m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-9}{32}$
- Si $\Delta = 0$ alors f admet une racine double $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2}$

Exercice 4

Déterminer les valeurs de m pour lesquelles le polynôme du second degré $f(x) = x^2 + 7mx - 9$ n'admet aucune racine.

Correction

$f(x) = x^2 + 7mx - 9$ n'admet aucune racine si et seulement si $\Delta < 0$
 $\Delta < 0 \Leftrightarrow (7m)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 49m^2 + 36 < 0 \Leftrightarrow 49m^2 < -36$ IMPOSSIBLE donc f admet toujours au moins une racine.

Exercice 5

1. On considère la fonction secdegré1 sous Python permettant de déterminer les éventuelles racines d'un polynôme du second degré. Compléter le programme ci-contre.
2. Modifier le programme afin de traiter les trois cas possibles.

```

2 from math import*
3 def secdegré1(a,b,c):
4     d=.....
5     if d<0:
6         .....
7     else:
8         .....
```

Corrigé

1.

```

from math import*
def secdegré1(a,b,c):
    d=b**2- 4*a*d
    if d<0:
        print("pas de racine")
    else:
        print("une ou deux racines")
```

2.

```

from math import*
def secdegré1(a,b,c):
    d=b**2- 4*a*c
    if d<0:
        print("pas de racine")
    elif d==0:
        print("une seule racine")
    else:
        print("deux racines")
```

Exercice 6

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x - \frac{4}{x-2} = 6$$

$$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11}$$

$$(x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1) = 0$$

Correction

- Résolution de $x - \frac{4}{x-2} = 6$

$x - \frac{4}{x-2} = 6$ est définie pour les réels x tels que $x-2 \neq 0$ c'est à dire $x \neq 2$

$$x - \frac{4}{x-2} = 6 \Leftrightarrow \frac{x(x-2) - 4 - 6(x-2)}{(x-2)} = 0 \text{ et } x \neq 2 \Leftrightarrow x(x-2) - 4 - 6(x-2) = 0 \text{ et } x \neq 2$$

$$x - \frac{4}{x-2} = 6 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 - 6x + 12 = 0 \text{ et } x \neq 2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \text{ et } x \neq 2$$

Résolution de $x^2 - 8x + 8 = 0$ dans \mathbb{R}

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 8 = 64 - 32 = 32 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - \sqrt{32}}{2} = \frac{8 - 4\sqrt{2}}{2} = 4 - 2\sqrt{2} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + \sqrt{32}}{2} = \frac{8 + 4\sqrt{2}}{2} = 4 + 2\sqrt{2}$$

Conclusion : $x_1 \neq 2$ et $x_2 \neq 2$ donc l'équation admet pour solutions $4 - 2\sqrt{2}$ et $4 + 2\sqrt{2}$

- Résolution de $\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11}$

$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11}$ est définie pour les réels x tels que $x+5 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -5$

$$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11} \Leftrightarrow \frac{x(x+5) + 23 \times 11 - 41(x+5)}{11(x+5)} = 0 \text{ et } x \neq -5$$

$$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 5x + 253 - 41x - 205}{11(x+5)} = 0 \text{ et } x \neq -5$$

$$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 36x + 48}{11(x+5)} = 0 \text{ et } x \neq -5$$

$$\frac{x}{11} + \frac{23}{x+5} = \frac{41}{11} \Leftrightarrow x^2 - 36x + 48 = 0 \text{ et } x \neq -5$$

Résolution de $x^2 - 36x + 48 = 0$ dans \mathbb{R}

$\Delta = b^2 - 4ac = (-36)^2 - 4 \times 1 \times 48 = 1104 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{36 - \sqrt{1104}}{2} = \frac{36 - 4\sqrt{69}}{2} = 18 - 2\sqrt{69} \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{36 + \sqrt{1104}}{2} = \frac{36 + 4\sqrt{69}}{2} = 18 + 2\sqrt{69}$$

Conclusion : $x_1 \neq -5$ et $x_2 \neq -5$ donc l'équation admet pour solutions $18 - 2\sqrt{69}$ et $18 + \sqrt{69}$

• Résolution de $(x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1) = 0$

$$(x^2 - x + 1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - x + 1) = 0 \text{ ou } (x^2 + x - 1) = 0$$

Résolution de $x^2 - x + 1 = 0$ dans \mathbb{R}

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0 \text{ donc l'équation n'admet aucune solution}$$

Résolution de $x^2 + x - 1 = 0$ dans \mathbb{R}

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0 \text{ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

Conclusion : L'équation admet pour solutions $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ et $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

Exercice 7

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

On considère les points $A(-2; -5)$ et $B(2; 3)$.

Déterminer les positions d'un point M situé sur l'axe des abscisses, afin que le triangle ABM soit rectangle en M .

Correction

$$M(x; y) \in (Ox) \text{ donc } y = 0 \text{ donc } M(x; 0)$$

Dans le repère orthonormé, on a :

$$AM^2 = (x - (-2))^2 + (0 - (-5))^2 = (x + 2)^2 + 25$$

$$BM^2 = (x - 2)^2 + (0 - 3)^2 = (x - 2)^2 + 9$$

$$AB^2 = (2 - (-2))^2 + (3 - (-5))^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$$

$$ABM \text{ est rectangle en } M \Leftrightarrow AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$ABM \text{ est rectangle en } M \Leftrightarrow 80 = (x + 2)^2 + 25 + (x - 2)^2 + 9$$

$$ABM \text{ est rectangle en } M \Leftrightarrow 80 = x^2 + 4x + 4 + 25 + x^2 - 4x + 4 + 9 = 2x^2 + 42$$

$$ABM \text{ est rectangle en } M \Leftrightarrow 2x^2 = 80 - 42 = 38 \Leftrightarrow x^2 = 19 \Leftrightarrow x = \sqrt{19} \text{ ou } x = -\sqrt{19}$$

$$ABM \text{ est rectangle en } M \Leftrightarrow M(-\sqrt{19}; 0) \text{ et } M(\sqrt{19}; 0)$$

Conclusion : Il existe deux points $M_1(-\sqrt{19}; 0)$ et $M_2(\sqrt{19}; 0)$ sur l'axe des abscisses pour lesquels le triangle ABM est rectangle en M .

Exercice 8

Lors d'une remise de diplôme, tous les participants échangent une poignée de main.
L'un d'eux en compte 325 poignées au total. Déterminer le nombre exact de participants.

Corrigé

Soit $n \in \mathbb{N}$ le nombre total de participants.

Si chaque participant serrait la main de chaque autre participant, il serrerait $(n-1)$ mains.

Il y aurait donc au total $n(n-1)$ poignées de mains.

On aurait alors l'équation $n(n-1) = 2 \times 325 = 650 \Leftrightarrow n^2 - n - 650 = 0$

Résolution de l'équation $x^2 - x - 650 = 0$ dans \mathbb{R}

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-650) = 1 + 2600 = 2601 = 51^2 > 0$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - 51}{2} = -25 \notin \mathbb{N} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + 51}{2} = 26 \in \mathbb{N} .$$

On déduit que le nombre total de participants à la remise des diplômes est égal à 26.