

Exercice 1 : Dresser le tableau de signes de $2x-5$ et de $-x-3$ sur \mathbb{R}

Correction

Signe de $2x-5$

$$2x-5=0 \Leftrightarrow 2x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$$

$$2x-5<0 \Leftrightarrow 2x<5 \Leftrightarrow x<\frac{5}{2}$$

$$2x-5>0 \Leftrightarrow 2x>5 \Leftrightarrow x>\frac{5}{2}$$

On déduit le tableau de signe de $2x-5$

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$2x-5$	-	0	+

Signe de $-x-3$

$$-x-3=0 \Leftrightarrow -x=3 \Leftrightarrow x=-3$$

$$-x-3<0 \Leftrightarrow -x<3 \Leftrightarrow x>-3$$

$$-x-3>0 \Leftrightarrow -x>3 \Leftrightarrow x<-3$$

On déduit le tableau de signe de $-x-3$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$-x-3$	+	0	-

Exercice 2 : Résoudre l'inéquation $(1-2x)(2x-5) \geq 0$ sur \mathbb{R}

Correction

Signe de $1-2x$	Signe de $2x-5$																
$1-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$ $1-2x<0 \Leftrightarrow -2x<-1 \Leftrightarrow x>\frac{-1}{-2} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$	$2x-5=0 \Leftrightarrow 2x=5 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$ $2x-5<0 \Leftrightarrow 2x<5 \Leftrightarrow x<\frac{5}{2}$ $2x-5>0 \Leftrightarrow 2x>5 \Leftrightarrow x>\frac{5}{2}$																
On déduit le tableau de signe de $1-2x$	On déduit le tableau de signe de $2x-5$																
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{1}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$1-2x$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$1-2x$	+	0	-	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{5}{2}$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$2x-5$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	$2x-5$	-	0	+
x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$														
$1-2x$	+	0	-														
x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$														
$2x-5$	-	0	+														

On déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
Signe de $1-2x$	+	0	-	-
Signe de $2x-5$	-	-	0	+
Signe de $(1-2x)(2x-5)$	-	0	+	0

Conclusion : $(1-2x)(2x-5) \geq 0$ pour $x \in [\frac{1}{2}; \frac{5}{2}]$. On note $S = [\frac{1}{2}; \frac{5}{2}]$.

Exercice 3 : Résoudre l'inéquation $(x-1)(x+2) > 0$ sur \mathbb{R}

Correction

Signe de $x-1$	Signe de $x+2$																		
$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ $x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$	$x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ $x+2 < 0 \Leftrightarrow x < -2$ $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$																		
On déduit le tableau de signe de $x-1$	On déduit le tableau de signe de $x+2$																		
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x-1$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$x-1$		-	0	+	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$x+2$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	$+\infty$	$x+2$		-	0	+
x	$-\infty$	1	$+\infty$																
$x-1$		-	0	+															
x	$-\infty$	-2	$+\infty$																
$x+2$		-	0	+															

On déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
Signe de $x-1$		-	-	+
Signe de $x+2$		-	+	+
Signe de $(x-1)(x+2)$	+	0	-	+

Conclusion : $(x-1)(x+2) > 0$ pour $x \in]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[$. On note $S =]-\infty; -2[\cup]1; +\infty[$.

Exercice 4 : Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $\frac{x-2}{2-5x} > 0$

Correction

Signe de $x-2$		Signe de $2-5x$	
$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ $x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$		$2-5x=0 \Leftrightarrow -5x=-2 \Leftrightarrow x=\frac{-2}{-5}=\frac{2}{5}$ $2-5x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{5}$ $2-5x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{5}$	
On déduit le tableau de signe de $x-2$		On déduit le tableau de signe de $2-5x$	
x	$-\infty$ 2 $+\infty$	x	$-\infty$ $\frac{2}{5}$ $+\infty$
$x-2$	- 0 +	$2-5x$	+ 0 -

On déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$\frac{2}{5}$	2	$+\infty$
Signe de $x-2$	-	-	0	+
Signe de $2-5x$	+	0	-	-
Signe de $\frac{x-2}{2-5x}$	-		+	0

Conclusion : $\frac{x-2}{2-5x} > 0$ pour $x \in]\frac{2}{5}; 2[$. On note $S =]\frac{2}{5}; 2[$.

Exercice 5 : déterminer le signe de $\frac{x+1}{x-2} > 0$ sur $[0; +\infty[$

Correction

Sur $[0; +\infty[$, on a $x+1 \geq 1 > 0$ donc le signe de $\frac{x+1}{x-2}$ dépend du signe de $x-2$.

Or, $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ et $x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ et $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

On déduit que $\frac{x+1}{x-2} > 0$ pour $x > 2$. On note $S =]2; +\infty[$.

Exercice 6 : Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $x^2 - 13 \leq 0$ puis $49 - x^2 \geq 0$

Correction

$$x^2 - 13 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 13 \Leftrightarrow -\sqrt{13} \leq x \leq \sqrt{13} \text{ d'où } S = [-\sqrt{13}; \sqrt{13}] .$$

$$49 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 \geq -49 \Leftrightarrow x^2 \leq 49 \Leftrightarrow -\sqrt{49} \leq x \leq \sqrt{49} \Leftrightarrow -7 \leq x \leq 7 \text{ d'où } S = [-7; 7] .$$