Exercice 1
Répondre à l'oral à chacun des questions suivantes puis faire les calculs à l'écrit.

On donne trois formes différentes d'une même expression $A(x)$.

- **Forme 1** $A(x)=3x^2+6x-48$
- **Forme 2** $A(x)=(3x-6)(3x+8)$
- **Forme 3** $A(x)=(3x+1)^2-49$

1. Quelle est la forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=0$?
2. Quelle est la forme la plus adaptée pour la valeur $A(\sqrt{3})$?
3. Quelle est la forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=-48$?
4. Quelle est la forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(-\frac{1}{3})$?
5. Quelle est la forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=15$?

Correction

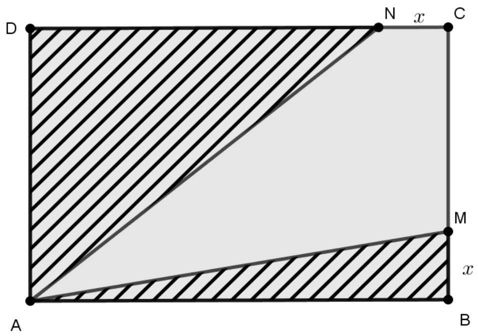
1. La forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=0$ est $A(x)=(3x-6)(3x+8)$.
2. La forme la plus adaptée pour la valeur $A(\sqrt{3})$ est $A(x)=3x^2+6x-48$.
3. La forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=-48$ est $A(x)=3x^2+6x-48$.
4. La forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(-\frac{1}{3})$ est $A(x)=(3x+1)^2-49$.
5. La forme la plus adaptée pour résoudre équation $A(x)=15$ est $A(x)=(3x+1)^2-49$.

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que $AB=6\,cm$ et $AD=4\,cm$.
M est un point sur [BC] et N est un point sur [CD]. On note $BM=CN=x$.
On note $f(x)$ l'aire du triangle ABM et $g(x)$ l'aire du triangle ADN.

1. A quel intervalle doit appartenir x ?
2. Exprimer $f(x)$ en fonction de x .
3. Exprimer $g(x)$ en fonction de x .
4. Déterminer la position de M afin que l'aire du triangle ABM soit égale à l'aire du triangle ADN.

Correction



1. x appartient à [0;4].
2. $f(x)=\frac{6\times x}{2}=3x$
3. $g(x)=\frac{4\times(6-x)}{2}=2(6-x)=12-2x$
4. $f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x=12-2x\Leftrightarrow 5x=12$
   $f(x)=g(x)\Leftrightarrow x=\frac{12}{5}=2,4$

Exercice 3

On considère les expressions $A(x)=\frac{2x+3}{x}$ et $B(x)=\frac{2x-15}{x-6}$.

1. Pour quelles valeurs de x ces deux expressions sont-elles calculables ? Justifier.
2. Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}, x\neq 0, A(x)=2+\frac{3}{x}$.
3. Montrer que $\forall x\in\mathbb{R}, x\neq 6, B(x)=2-\frac{3}{x-6}$.
4. Montrer que $\forall t\in\mathbb{R}, t\neq 3, t\neq -3, A(3+t)=B(3-t)$.

Correction

1. $A(x)=\frac{2x+3}{x}$ et $B(x)=\frac{2x-15}{x-6}$ sont respectivement calculables pour $x\neq 0$ et $x\neq 6$.

2. $\forall x\in\mathbb{R}, x\neq 0, A(x)=\frac{2x+3}{x}=\frac{2x}{x}+\frac{3}{x}=2+\frac{3}{x}$

3. $\forall x\in\mathbb{R}, 2-\frac{3}{x-6}=\frac{2(x-6)-3}{x-6}=\frac{2x-12-3}{x-6}=\frac{2x-15}{x-6}=B(x)$

4. Soit $\forall t\in\mathbb{R}, t\neq 3, t\neq -3$. On a :

   $A(3+t)=\frac{2(3+t)+3}{3+t}=\frac{6+2t+3}{3+t}=\frac{2t+9}{t+3}$ et

   $B(3-t)=\frac{2(3-t)-15}{(3-t)-6}=\frac{6-2t-15}{-t-3}=\frac{-2t-9}{-t-3}=\frac{2t+9}{t+3}$

   On déduit que $\forall t\in\mathbb{R}, t\neq 3, t\neq -3, A(3+t)=B(3-t)$.

Exercice 4

Soit $x \in \mathbb{R}, x > 0$. Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A=\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}} \qquad B=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}} \qquad C=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}}}$$

Correction

$$A=\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}=\frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}}=\frac{1}{\frac{2+x}{1+x}}=\frac{1+x}{2+x}$$

$$B=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}}=\frac{1}{1+A}=\frac{1}{1+\frac{1+x}{2+x}}=\frac{1}{\frac{2+x+1+x}{2+x}}=\frac{1}{\frac{3+2x}{2+x}}=\frac{2+x}{3+2x}$$

$$C=\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+x}}}}=\frac{1}{1+B}=\frac{1}{1+\frac{2+x}{3+2x}}=\frac{1}{\frac{3+2x+2+x}{3+2x}}=\frac{1}{\frac{5+3x}{3+2x}}=\frac{3+2x}{5+3x}$$