Exercice 1

La longueur d'onde λ (en nanomètres) correspondant au maximum d'intensité de radiation de la lumière d'une étoile et la température de l'étoile T (en °C) sont liées par la relation $\lambda = \dfrac{2,9 \times 10^6}{T + 27,3}$

1. Sachant que la température de l'étoile Sirius est 22 000°C, déterminer la longueur d'onde correspondante au nm près.
2. Exprimer T en fonction de λ puis déterminer T lorsque $\lambda = 120\,nm$.

Correction

1. $\lambda = \dfrac{2,9 \times 10^6}{22000 + 27,3} = \dfrac{2,9 \times 10^6}{22027,3} \approx 132\,nm$
2. $T + 27,3 = \dfrac{2,9 \times 10^6}{\lambda}$ donc $T = \dfrac{2,9 \times 10^6}{\lambda} - 27,3$

   Lorsque $\lambda = 120\,nm$ alors $T = \dfrac{2,9 \times 10^6}{120} - 27,3 \approx 24139\,°C$

Exercice 2

Lors d'un rassemblement de motos et de voitures anciennes, on compte trois plus de motos que de voitures et 1610 pneus au total. Déterminer le nombre de motos et de voitures garées.

Correction

Soit x le nombre de voitures donc il y a $3x$ motos.

Le nombre total de pneus est donc $4x + 2 \times 3x = 4x + 6x = 10x$.

On déduit que $10x = 1610$ donc $x = 161$.

Il y a 161 voitures et 483 motos.

Exercice 3

On considère l'expression algébrique définie sur $\mathbb{R}$ par $A(x)=(3x-2)^2-9$.

1. Déterminer l'expression développée de $A(x)$.
2. Déterminer l'expression factorisée de $A(x)$.
3. En utilisant la forme la plus adaptée :
   (a) Calculer $A(\sqrt{2})$
   (b) Résoudre $A(x)=0$
   (c) Résoudre $A(x)=16$

Correction

1. $A(x)=(3x-2)^2-9=(9x^2-12x+4)-9=9x^2-12x-5$
2. $A(x)=(3x-2)^2-9$
3. (a) $A(\sqrt{2})=9\times(\sqrt{2})^2-12\sqrt{2}-5=18-12\sqrt{2}-5=13-12\sqrt{2}$
   (b) $A(x)=0\Leftrightarrow(3x-5)(3x+1)=0\Leftrightarrow 3x-5=0 \text{ ou } 3x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3} \text{ ou } x=\dfrac{-1}{3}$
   (c) $A(x)=16\Leftrightarrow(3x-2)^2-9=16\Leftrightarrow(3x-2)^2-25=0\Leftrightarrow(3x-2)^2-5^2=0$
   $A(x)=16\Leftrightarrow(3x-2)^2-9=16\Leftrightarrow(3x-2)^2-25=0\Leftrightarrow(3x-2)^2-5^2=0$
   $A(x)=16\Leftrightarrow 3x-7=0 \text{ ou } 3x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{7}{3} \text{ ou } x=\dfrac{-3}{3}=-1$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2(x+3)^2-8$ et on note C_f sa courbe.

1. Déterminer l'expression développée de f .
2. Déterminer l'expression factorisée de f .
3. En utilisant la forme la plus adaptée :
   (a) Calculer l'image de -5 par f
   (b) Déterminer les antécédents éventuels de -8 par f
   (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels de C_f avec la droite Δ d'équation $y=10$.

Correction

1. $f(x)=2(x+3)^2-8=2(x^2+6x+9)-8=2x^2+12x+18-8=2x^2+12x+10$
2. $f(x)=2(x+3)^2-8=2\left((x+3)^2-4\right)=2\left((x+3)^2-2^2\right)$
   $f(x)=2\left((x+3-2)(x+3+2)\right)=2(x+1)(x+5)$
3. (a) $f(-5)=2(-5+1)(-5+5)=2\times(-4)\times 0=0$
   (b) Déterminer les antécédents éventuels de -8 revient à résoudre l'équation $f(x)=-8$.
   $f(x)=-8\Leftrightarrow 2(x+3)^2-8=-8\Leftrightarrow 2(x+3)^2=0\Leftrightarrow(x+3)^2=0\Leftrightarrow x=-3$
   (c) Déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels de C_f avec la droite Δ d'équation $y=10$ revient à déterminer les réels x tels que $f(x)=10$.
   $f(x)=10\Leftrightarrow 2x^2+12x+10=10\Leftrightarrow 2x^2+12x=0\Leftrightarrow 2x(x+6)=0\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=-6$
   Conclusion : C_f coupe Δ en $M_1(0;10)$ et $M_2(-6;10)$

Exercice 5

On considère la fonction Python $\boldsymbol{f}$ de paramètre flottant x.

```
deg                PYTHON
def f(x):
    a = 5*x-2
    b = 4*x*x
    c = a**2 - b
    return c
```

1. Quelle est la valeur renvoyée par l'appel $\boldsymbol{f}(2)$?
2. On assimile cette fonction Python $\boldsymbol{f}$ à une fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$.
   Donner l'expression algébrique de $f(x)$.
3. Montrer que $f(x)=21x^2-20x+4$
4. Montrer que $f(x)=(3x-2)(7x-2)$
5. En utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$:
   (a) Retrouver le résultat de la question 1.
   (b) Déterminer les antécédents de 0 par f
   (c) Déterminer les antécédents éventuels de 4 par f

Correction

1. $f(2)=(5\times 2-2)^2-(4\times 2\times 2)=8^2-16=64-16=48$
2. $\forall x\in\mathbb{R}, f(x)=(5x-2)^2-4x^2$
3. $\forall x\in\mathbb{R}, f(x)=(5x-2)^2-4x^2=25x^2-20x+4-4x^2=21x^2-20x+4$
4. $\forall x\in\mathbb{R}, (3x-2)(7x-2)=21x^2-6x-14x+4=21x^2-20x+4=f(x)$
5. (a) $f(2)=21\times 2^2-20\times 2+4=84-40+4=44+4=48$
   (b) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=0$.
   $f(x)=0 \Leftrightarrow (3x-2)(7x-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2=0 \text{ ou } 7x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \text{ ou } x=\frac{2}{7}$
   Conclusion : 0 admet deux antécédents par f qui sont $\frac{2}{3}$ et $\frac{2}{7}$.
   (c)pp Déterminer les antécédents éventuels de 4 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=4$.
   $f(x)=4 \Leftrightarrow 21x^2-20x+4=4 \Leftrightarrow 21x^2-20x=0 \Leftrightarrow x(21x-20)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } 21x-20=0$
   $f(x)=4\, x=0 \text{ ou } x=\frac{20}{21}$
   Conclusion : 4 admet deux antécédents par f qui sont 0 et $\frac{20}{21}$.