Exercice 1

La formule de Lorentz $P=T-100-\frac{T-150}{a}$ donne « le poids idéal P », en kg, d'un adulte en fonction de sa taille T, exprimée en cm. a est un coefficient égal à 2 pour une femme et 4 pour un homme. Calculer le poids idéal pour un homme de 1,80 m puis pour une femme de 1,70 m.

Correction

Pour un homme de 1,80m = 180 cm, le poids idéal selon Lorentz est :

$$P=180-100-\frac{180-150}{4}=180-100-\frac{30}{4}=180-100-7{,}5=72{,}5\,Kg$$

Pour une femme de 1,70m = 170 cm, le poids idéal selon Lorentz est :

$$P=170-100-\frac{170-150}{2}=170-100-\frac{20}{2}=170-100-10=60\,Kg$$

Exercice 2

Réduire l'expression $A=2+3x-4-5x$

Correction

$A=2+3x-4-5x=3x-5x+2-4=-2x-2$

Exercice 3

Développer et réduire $A=3x(x-2)$ et $B=(2x+5)(x-3)$

Correction

$A=3x(x-2)=3x\times x-3x\times 2=3x^2-6x$

$B=(2x+5)(x-3)=2x\times x+2x\times(-3)+5\times x+5\times(-3)=2x^2-6x+5x-15=2x^2-x-15$

Exercice 4

Factoriser $C=2x^2+3x$ *et* $D=(2x-3)(x+1)-(2x-3)(x+7)$

Correction

$C=2x^2+3x=2x\times x+3\times x=x(2x+3)$

$D=(2x-3)(x+1)-(2x-3)(x+7)=(2x+3)[(x+1)-(x+7)]$

$D=(2x-3)(x+1-x-7)=(2x-3)\times(-6)=-6(2x-3)$

Exercice 5
A l'aide des identités remarquables

Développer	**Factoriser**
$(x+3)^2$	$a^2+6ab+9b^2$
$(x-3)^2$	$x^2-8x+16$
$(6-2x)\times(6+2x)$	$(x+5)^2-36$

Correction

Développer	**Factoriser**
$(x+3)^2=x^2+6x+9$	$a^2+6ab+9b^2=a^2+2\times a\times 3b+(3b)^2=(a+3b)^2$
$(x-3)^2=x^2-6x+9$	$x^2-8x+16=x^2-2\times x\times 4+4^2=(x-4)^2$
$(6-2x)\times(6+2x)=6^2-(2x)^2=36-4x^2$	$(x+5)^2-36=(x+5)^2-6^2$ $(x+5)^2-36=(x+5-6)\times(x+5+6)$ $(x+5)^2-36=(x-1)(x+11)$

Exercice 6

Pour chacune des expressions suivantes, déterminer les éventuelles valeurs interdites puis les écrire sous un même dénominateur $A=1+\frac{x+1}{x-3}$ et $B=\frac{2x-3}{3x+7}-\frac{5x-1}{4x+1}$.

Correction

L'expression $A=1+\frac{x+1}{x-3}$ est définie pour les réels x tels que $x-3\neq 0$ c'est à dire $x\neq 3$.

L'expression $A=1+\frac{x+1}{x-3}$ est donc définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$.

$\forall x\neq 3, A=\frac{x-3}{x-3}+\frac{x+1}{x-3}=\frac{2x-2}{x-3}$

L'expression $B=\frac{2x-3}{3x+7}-\frac{5x-1}{4x+1}$ est définie pour les réels x tels que $3x+7\neq 0$ et $4x+1\neq 0$ c'est à dire $x\neq\frac{-7}{3}$ et $x\neq\frac{-1}{4}$ c'est à dire $x\neq 3$.

L'expression $B=\frac{2x-3}{3x+7}-\frac{5x-1}{4x+1}$ est donc définie sur $\mathbb{R}-\{-\frac{7}{3}.-\frac{1}{4}\}$.

$\forall x\in\mathbb{R}-\{-\frac{7}{3}.-\frac{1}{4}\},$

$$B=\frac{(2x-3)(4x+1)-(5x-1)(3x+7)}{(3x+7)(4x+1)}=\frac{(8x^2+2x-12x-3)-(15x^2+35x-3x-7)}{(3x+7)(4x+1)}$$

$$B=\frac{8x^2-10x-3-15x^2-32x+7}{(3x+7)(4x+1)}=\frac{-7x^2-42x+4}{(3x+7)(4x+1)}$$

Exercice 7

Résoudre les équations suivantes $4x-7=13-9x$ et $5x-1-(3-6x)=3(2x-1)$

Correction

$$4x-7=13-9x \Leftrightarrow 4x+9x=13+7 \Leftrightarrow 13x=20 \Leftrightarrow x=\frac{20}{13}$$

Conclusion : $S=\{\frac{20}{13}\}$

$$5x-1-(3-6x)=3(2x-1) \Leftrightarrow 5x-1-3+6x=6x-3 \Leftrightarrow 11x-4=6x-3$$

$$5x-1-(3-6x)=3(2x-1) \Leftrightarrow 5x-1-3+6x=6x-3 \Leftrightarrow 11x-4=6x-3$$

Conclusion : $S=\{\frac{1}{5}\}$

Exercice 8

Résoudre les équations suivantes

$(x+5)(3-4x)=0$ $\qquad$ $(3-2x)^2=25$ $\qquad$ $(7-x)^2=(5x-1)^2$

Correction

$$(x+5)(3-4x)=0 \Leftrightarrow x+5=0 \text{ ou } 3-4x=0 \Leftrightarrow x=-5 \text{ ou } 3=4x \Leftrightarrow x=-5 \text{ ou } x=\frac{3}{4}$$

Conclusion : $S=\{-5;\frac{3}{4}\}$

$$(3-2x)^2=25 \Leftrightarrow (3-2x)^2-5^2=0 \Leftrightarrow (3-2x-5)(3-2x+5)=0 \Leftrightarrow (-2x-2)(-2x+8)=0$$

$$\Leftrightarrow -2x-2=0 \text{ ou } -2x+8=0 \Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=4$$

Conclusion : $S=\{-1;4\}$

$$(7-x)^2=(5x-1)^2 \Leftrightarrow (7-x)^2-(5x-1)^2=0 \Leftrightarrow ((7-x)-(5x-1))((7-x)+(5x-1))=0$$

$$\Leftrightarrow (7-x-5x+1)(7-x+5x-1)=0 \Leftrightarrow (-6x+8)(4x+6)=0 \Leftrightarrow -6x+8=0 \text{ ou } 4x+6=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{8}{6}=\frac{4}{3} \text{ ou } x=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$$

Conclusion : $S=\{\frac{4}{3};-\frac{3}{2}\}$

Exercice 9

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2-x)(1-3x)+4x(1-3x)$.

Déterminer les valeurs exactes des antécédents de 0 par f .

Correction

Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f revient à résoudre l'équation $f(x)=0$.

$$f(x)=0 \Leftrightarrow (2-x)(1-3x)+4x(1-3x)=0 \Leftrightarrow (1-3x)[(2-x)+4x]=0 \Leftrightarrow (1-3x)(3x+2)=0$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1-3x=0 \text{ ou } 3x+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3} \text{ ou } x=-\frac{2}{3}$$

Conclusion : $S=\{\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\}$

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $x^2=64$ et $(2x-5)^2=16$

Correction

$$x^2=64 \Leftrightarrow x=\sqrt{64} \text{ ou } x=-\sqrt{64} \Leftrightarrow x=8 \text{ ou } x=-8$$

Conclusion : $S=\{8;-8\}$

$$(2x-5)^2=16 \Leftrightarrow (2x-5)^2=4^2 \Leftrightarrow (2x-5-4)=0 \text{ ou } (2x-5+4)=0$$

$$\Leftrightarrow (2x-9)(2x-1)=0 \Leftrightarrow 2x-9=0 \text{ ou } 2x-1=0 x=\frac{9}{2} \text{ ou } x=\frac{1}{2}$$

Conclusion : $S=\{\frac{9}{2};\frac{1}{2}\}$