

Exercice 1

Compléter les égalités suivantes

$$\exp(3) \times \exp(5) = \exp(\dots)$$

$$\frac{1}{\exp(7)} = \exp(\dots)$$

$$\exp(-11) \times \exp(11) = \exp(\dots) = \dots$$

$$\exp(9) \times \exp(-19) = \exp(\dots)$$

$$\exp(3) \times \exp(-8) = \exp(\dots) = \frac{1}{\exp(\dots)}$$

$$\exp(-7) \times \exp(-5) = \exp(\dots) = \frac{1}{\exp(\dots)}$$

Correction

$$\exp(3) \times \exp(5) = \exp(8)$$

$$\frac{1}{\exp(7)} = \exp(-7)$$

$$\exp(-11) \times \exp(11) = \exp(0) = 1$$

$$\exp(9) \times \exp(-19) = \exp(-10)$$

$$\exp(3) \times \exp(-8) = \exp(-5) = \frac{1}{\exp(5)}$$

$$\exp(-7) \times \exp(-5) = \exp(-12) = \frac{1}{\exp(12)}$$

Exercice 2

Compléter les égalités suivantes

$$e^{-7} \times e^3 =$$

$$\frac{1}{e} =$$

$$(e^3)^2 =$$

$$e^{-1} \times e^{-5} =$$

$$\frac{e^{-2}}{e} =$$

$$\frac{e^2 \times e^{-3}}{e^5} =$$

$$e^{-2} \times e =$$

$$\frac{e^{-4}}{e^3 \times e^4} =$$

$$(e^{-1})^6 =$$

Correction

$$e^{-7} \times e^3 = e^{-4}$$

$$\frac{1}{e} = e^{-1}$$

$$(e^3)^2 = e^6$$

$$e^{-1} \times e^{-5} = e^{-6}$$

$$\frac{e^{-2}}{e} = e^{-3}$$

$$\frac{e^2 \times e^{-3}}{e^5} = e^{-6}$$

$$e^{-2} \times e = e^{-1}$$

$$\frac{e^{-4}}{e^3 \times e^4} = e^{-11}$$

$$(e^{-1})^6 = e^{-6}$$

Exercice 3

Compléter les égalités suivantes

$$\frac{e^x}{e_{0,1}} =$$

$$\frac{e^x}{e_{0,1x}} =$$

$$\frac{e^{-x+3}}{e^{-2x-4}} =$$

$$\frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}} =$$

Correction

$$\frac{e^x}{e_{0,1}} = e^{x-0,1}$$

$$\frac{e^x}{e_{0,1x}} = e^{0,9x}$$

$$\frac{e^{-x+3}}{e^{-2x-4}} = e^{x+7}$$

$$\frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}} = e^{x+2}$$

Exercice 4

1. Simplifier les expressions suivantes :

$$\frac{e^{x^2}}{e_{0,1}} =$$

$$\frac{e^{x^2-1}}{e^{x+3}} =$$

$$(e^{2x+9})^2 \times (e^{1-x})^3 =$$

2. Démontrer de deux manières différentes que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1+e^{2x}}{1+e^x} = \frac{e^{-x}+e^x}{e^{-x}+1}$.**Correction**

1.

$$\frac{e^{x^2}}{e_{0,1}} = e^{x^2-0,1}$$

$$\frac{e^{x^2-1}}{e^{x+3}} = e^{x^2-x-4}$$

$$(e^{2x+9})^2 \times (e^{1-x})^3 = e^{x+21}$$

2. (a) par factorisation $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1+e^{2x}}{1+e^x} = \frac{e^x(e^{-x}+e^x)}{e^x(e^{-x}+1)} = \frac{e^{-x}+e^x}{e^{-x}+1}$ avec $e^x \neq 0$

(b) par l'égalité des produits en croix

$$\forall x \in \mathbb{R}, (1+e^{2x})(e^{-x}+1) = e^{-x}+1+e^x+e^{2x} = e^{2x}+e^x+e^{-x}+1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, (1+e^x)(e^{-x}+e^x) = e^{-x}+e^x+1+e^{2x} = e^{2x}+e^x+e^{-x}+1$$

Les produits en croix sont égaux donc $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{1+e^{2x}}{1+e^x} = \frac{e^{-x}+e^x}{e^{-x}+1}$

Exercice 5

1. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^{1+2x}}{1+e^{2x}} = \frac{e^{1+x}}{e^{-x}+e^x}$
2. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, 1 - \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{1+e^x}$
3. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^{x+1}}{e+e^{x+1}} = \frac{e^x}{1+e^x}$

Correction

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^{1+2x}}{1+e^{2x}} = \frac{e \times e^x \times e^x}{e^x(e^{-x}+e^x)} = \frac{e^{1+x}}{e^{-x}+e^x}$
2. $\forall x \in \mathbb{R}, 1 - \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} = \frac{1+e^{-x}}{1+e^{-x}} - \frac{e^{-x}}{(1+e^{-x})} = \frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{e^x(1+e^{-x})} = \frac{e^x}{e^x+1} = \frac{e^x}{1+e^x}$
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{e^{x+1}}{e+e^{x+1}} = \frac{e \times e^x}{e(1+e^x)} = \frac{e^x}{1+e^x}$