

Exercice

Une urne contient 100 boules numérotées de 1 à 100. On prélève une boule au hasard.

On considère mes événements suivants :

- A : « le numéro de la boule est pair »
- B : « le numéro de la boule est un multiple de 5 »
- C : « le numéro de la boule est un multiple de 10 »

1. Calculer les probabilités des événements $A, B, C, A \cap B, B \cap C, A \cap \bar{C}$.
2. En déduire la probabilité des événement $A \cup B, A \cup \bar{C}$.
Que peut-on dire de l'événement $A \cup \bar{C}$?

Correction

1. La situation est une situation d'équiprobabilité car chaque boule a la même probabilité $\frac{1}{100} = 0,1$ de sortir.

$$A = \{2; 4; 6; 8; \dots; 100\} \text{ donc } P(A) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$B = \{5; 10; 15; 20; 25; \dots; 85; 90; 95; 100\} \text{ donc } P(B) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$C = \{10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100\} \text{ donc } P(C) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$A \cap B = \{10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100\} \text{ donc } P(A \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$A \cap \bar{C} = \{2; 4; 6; 8; 12; 14; 16; 18; 22; \dots; 88; 92; 94; 96; 98\} \text{ donc } P(A \cap \bar{C}) = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0,4$$

Remarque les éléments de $A \cap \bar{C}$ sont composés des 50 nombres pairs de A auxquels ont été ôtés les 10 multiples de 10. Il y a donc bien 40 nombres dans $A \cap \bar{C}$.

2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5 + 0,2 - 0,1 = 0,6$
 $P(A \cup \bar{C}) = P(A) + P(\bar{C}) - P(A \cap \bar{C}) = 0,5 + (1 - 0,1) - 0,4 = 0,5 + 0,9 - 0,4 = 1$

On déduit que $A \cup \bar{C}$ est un événement certain.