

## Sujet B

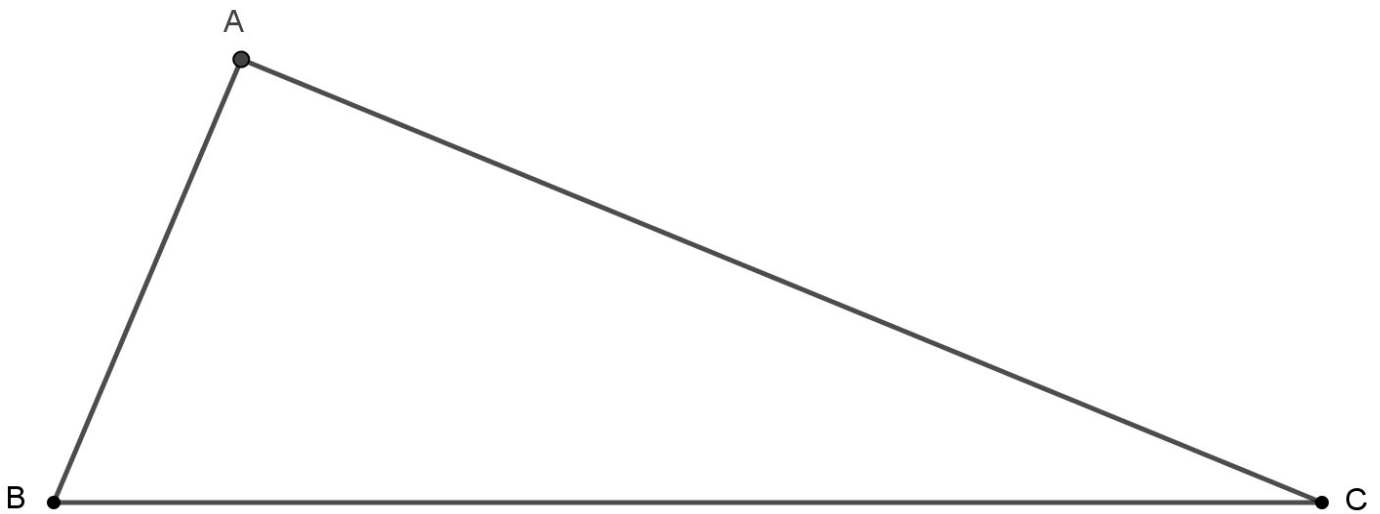
La calculatrice est autorisée

La rédaction et la rigueur des raisonnements seront une part importante de la note.

**Exercice**

On considère un triangle ABC tel que  $BC = 17$  cm,  $AC = 15$  cm et  $AB = 8$  cm.

La figure n'est pas en taille réelle et sera complétée au fur et à mesure des questions.



1. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Calculer son aire  $A_{ABC}$ .
3. A l'aide de la trigonométrie, exprimer  $\cos(\widehat{ABC})$  puis déterminer une valeur approchée de la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$  arrondie au degré.
4. Sur la figure, construire le projeté orthogonal de A sur (BC). On le notera H.
  - (a) Comment appelle-t-on la droite (AH) dans le triangle ABC ?
  - (b) A l'aide des lettres de la figure uniquement, préciser la distance du point A à la droite (BC).
  - (c) En prenant comme base le côté [BC], donner l'expression de l'aire du triangle ABC.
  - (d) A l'aide de la question 2., calculer la valeur exacte de AH.
5. Placer le point O milieu de [BC] puis construire le point D symétrique de A par rapport à O.
  - (a) Justifier que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
  - (b) Justifier que le parallélogramme ABCD est un rectangle.
  - (c) Justifier que  $OA = OB = OC = OD$ .
  - (d) En déduire que les points ABC sont situés sur un même cercle dont vous préciserez le centre et le rayon.

## Correction du sujet B

1. Dans le triangle  $ABC$ , le plus grand côté est  $BC$ .  
On a  $BC^2 = 17^2 = 289$  et  $BA^2 + AC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$  donc  $BC^2 = BA^2 + AC^2$  donc  $ABC$  est rectangle en  $A$  d'après la réciproque du théorème de Pythagore.
2. On déduit que  $A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{8 \times 15}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ cm}^2$ .
3. Dans  $ABC$  rectangle en  $A$ , on a  $\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{17}$  donc  $\widehat{BAC} \approx 62^\circ$  arrondi au degré.
4. Sur la figure, construire le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$ . On le notera  $H$ .
  - (a)  $(AH)$  est la hauteur issue de  $A$  au  $ABC$ .
  - (b)  $H$  est le projeté orthogonal de  $A$  sur  $(BC)$  donc la distance du point  $A$  à la droite  $(BC)$  est  $AH$ .
  - (c) On déduit que  $A_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$ .
  - (d) On déduit que  $\frac{BC \times AH}{2} = 60 \Leftrightarrow 17 \times AH = 120 \Leftrightarrow AH = \frac{120}{17}$ .
5. Placer le point  $O$  milieu de  $[BC]$  puis construire le point  $D$  symétrique de  $A$  par rapport à  $O$ .
  - (a)  $O$  est le milieu de  $[BC]$  et  $D$  est le symétrique de  $A$  par rapport à  $O$  donc  $O$  est également le milieu de  $[AD]$ . On déduit que les diagonales  $[BC]$  et  $[AD]$  du quadrilatère  $ABCD$  ont même milieu  $O$  donc  $ABCD$  est un parallélogramme.
  - (b) Le parallélogramme  $ABCD$  a un angle droit en  $A$  (car  $ABC$  est rectangle en  $A$ ) donc le parallélogramme  $ABCD$  est un rectangle.
  - (c)  $ABCD$  est un rectangle de centre  $O$  donc ses diagonales ont même milieu et même longueur donc  $OA = OB = OC = OD$ .
  - (d) On déduit que  $OA = OB = OC$  donc les points  $A, B$  et  $C$  appartiennent au cercle de centre  $O$  et de rayon  $R = 17 : 2 = 8,5 \text{ cm}$ .

