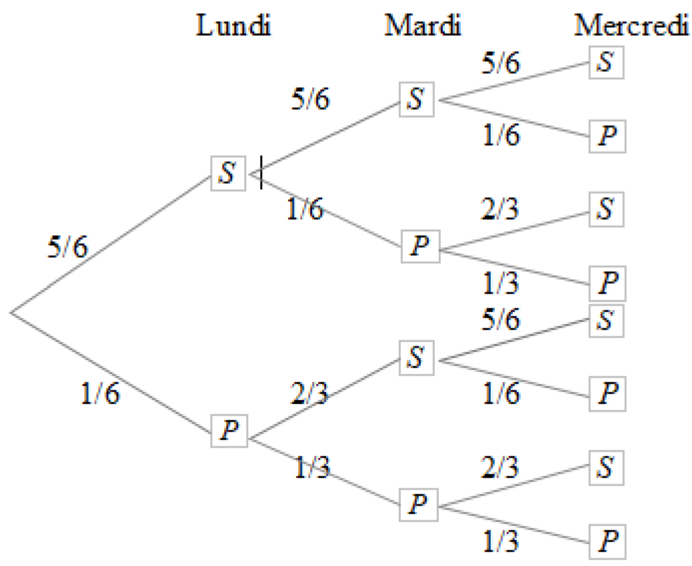
Exercice 1

Une statistique météorologique montre que, en un lieu donné, s'il fait sec un jour, il pleut le lendemain une fois sur 6. Par contre, s'il pleut un jour, il fait sec le lendemain 2 fois sur 3. Nous sommes un dimanche et il fait sec. Trouver les probabilités des événements *A* « il fera sec mardi », B « il pleuvra mercredi » et *C* « il fait sec lundi, mardi et mercredi ».

Correction

- *A* « il fera sec mardi »
- *B* « il pleuvra mercredi »
- *C* « il fait sec lundi, mardi et mercredi ».

On peut modéliser la situation par l'arbre ci-dessous :



$$P(A)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{29}{36}$$
$$P(B)=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{43}{216}$$
$$P(C)=\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216}$$

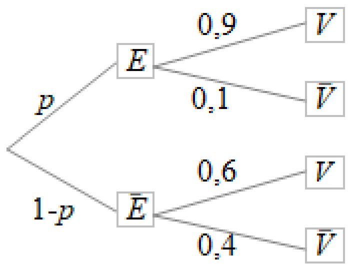
Exercice 2

Romane se déplace à vélo ou en transport en commun. Lorsque la journée est ensoleillée, elle se déplace en vélo 9 fois sur 10. Sinon, elle ne se déplace en vélo que 6 fois sur 10. La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où habite Romane, est notée *p*. Pour une journée donnée, on note *E* l'événement « la journée est ensoleillée » et *V* l'événement « Romane se déplace en vélo ».

1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation.
2. Montrer que la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est $P(V)=0{,}3\,p+0{,}6$.
3. On constate que dans 67,5% des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail. Calculer la valeur de *p*.
4. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, montrer que la probabilité que la journée soit ensoleillée est $\dfrac{1}{3}$.

Correction

1. On peut modéliser la situation par l'arbre ci-dessous :



2. Les événements E et $\bar{E}$ forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on a :
$$P(V)=P(E\cap V)+P(\bar{E}\cap V)=0{,}9\,p+0{,}6(1-p)=0{,}9\,p+0{,}6-0{,}6\,p=0{,}3\,p+0{,}6$$

3. $$P(V)=0{,}675\Leftrightarrow 0{,}3\,p+0{,}6=0{,}675\Leftrightarrow 0{,}3\,p=0{,}075\Leftrightarrow p=\frac{0{,}075}{0{,}3}=0{,}25$$

4. $$P_V(E)=\frac{P(V\cap E)}{P(V)}=\frac{0{,}25\times 0{,}9}{0{,}675}=\frac{0{,}225}{0{,}675}=\frac{0{,}225\times 1}{0{,}225\times 3}=\frac{1}{3}$$

Exercice 3

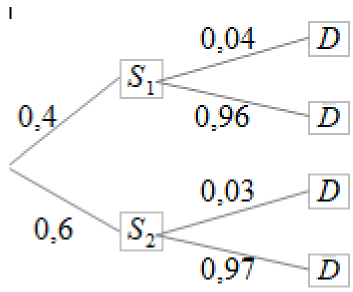
Un modèle de téléphone portable d'une grande entreprise est produit par deux sous-traitants S_1 et S_2 . Chez le sous-traitant S_1 , qui assure 40% de la production totale, 4% des téléphones sont défectueux. Chez le sous-traitant S_2 , qui assure le reste de la production totale, seulement 3% des téléphones sont défectueux. On constate qu'un téléphone choisi au hasard dans les stocks de l'entreprise est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du sous-traitant S_1 ?

Correction

On considère les événements :

- S_1 : « Le téléphone choisi vient de l'usine S_1 »
- S_2 :« Le téléphone choisi vient de l'usine S_2 »
- D : « le téléphone choisi est défectueux »

On peut modéliser la situation par l'arbre ci-dessous :



On cherche à déterminer $P_D(S_1)=\dfrac{P(S_1\cap D)}{P(D)}$.

$$P(S_1\cap D)=P_{S_1}(D)\times P(S_1)=0{,}4\times 0{,}04=0{,}016$$

Les événements S_1 et S_2 forment une partition de l'univers donc d'après le formule des probabilités totales, on a :

$$P(D)=P(S_1\cap D)+P(S_2\cap D)=0{,}4\times 0{,}04+0{,}6\times 0{,}03=0{,}016+0{,}018=0{,}034$$

Ainsi $P_D(S_1)=\dfrac{P(S_1\cap D)}{P(D)}=\dfrac{0{,}016}{0{,}034}=\dfrac{16}{34}=\dfrac{8}{17}\approx 0{,}47$

Exercice 4

Recopier et compléter l'algorithme suivant qui permet de déterminer si deux événements *A* et *B*, de l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire, sont ou non indépendants. La variable R doit contenir l'information attendue.

```
X ← P(A)
    Y ← P(B)
    Z ← P(A∩B)
    Si .......................
        Alors R ← « A et B sont indépendants »
        Sinon R ← ........................................................
    Fin Si
```

Correction

```
X ← P(A)
    Y ← P(B)
    Z ← P(A∩B)
    Si Z=X×Y
        Alors R ← « A et B sont indépendants »
        Sinon R ← « A et B ne sont pas indépendants ».
    Fin Si
```

Exercice 5

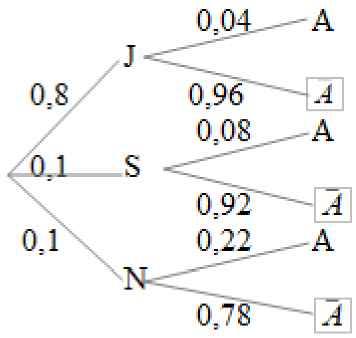
Dans une entreprise, 80% des salariés travaillent de jour, 10% travaillent le soir, le reste travaillant de nuit. On a constaté qu'il y a 4% d'absentéisme chez les salariés travaillant de jour, 8% chez ceux qui travaillent le soir et 22% chez ceux qui travaillent de nuit. Déterminer la probabilité qu'un employé donné travaille de jour sachant qu'il était absent du travail.

Correction

On considère les événements :

- J : « L'employé choisi travaille le jour »
- S : « L'employé choisi travaille le soir »
- N : « L'employé choisi travaille la nuit »
- A : « L'employé choisi est absent »

On peut modéliser la situation par l'arbre ci-dessous :



On veut déterminer $P_A(J)=\dfrac{P(A\cap J)}{P(A)}$.

$$P(A\cap J)=P_J(A)\times P(J)=0{,}8\times 0{,}04=0{,}032$$

Les événements J, S et N forment une partition de l'univers donc d'après le formule des probabilités totales, on a :

$$P(A)=P(J\cap A)+P(S\cap A)+P(N\cap A)$$
$$P(A)=0{,}8\times 0{,}04+0{,}1\times 0{,}08+0{,}1\times 0{,}22=0{,}032+0{,}008+0{,}022=0{,}062$$

Ainsi $p_A(J)=\dfrac{p(A\cap J)}{p(A)}=\dfrac{0{,}032}{0{,}062}=\dfrac{32}{62}=\dfrac{16}{31}\approx 0{,}52$