Exercice 1

Une enquête a été effectuée sur le temps de parcours quotidien entre le domicile et le lieu de travail des employés d'une entreprise composée de 3 services que l'on notera *a*, *b* et *c*. Les résultats sont dans le tableau ci-dessous :

Service	*a*	*b*	*c*	Total
Temps de trajet inférieur à 30 min	198	112	130	440
Temps de trajet supérieur à 30 min	252	138	170	560
Total	450	250	300	1000

On choisit au hasard un employé de cette entreprise et on considère les événements A « l'employé fait partie du service *a* » ; B « l'employé fait partie du service *b* » ; M « l'employé réside à moins de 30 minutes de l'entreprise ».

1. Les événements A et M sont-ils indépendants ?
2. Les événements B et M sont-ils indépendants ?

Correction

Service	*a*	*b*	*c*	Total
Temps de trajet inférieur à 30 min	198	112	130	440
Temps de trajet supérieur à 30 min	252	138	170	560
Total	450	250	301	1000

1. $P(A)=\dfrac{450}{1000}=0{,}45$, $P(M)=\dfrac{440}{1000}=0{,}44$ et $P(A\cap M)=\dfrac{198}{1000}=0{,}198$
   $P(A)\times P(M)=0{,}45\times 0{,}44=0{,}198=P(A\cap M)$
   donc les événements *A* et *M* sont indépendants.

2. $P(B)=\dfrac{250}{1000}=0{,}25$, $P(M)=0{,}44$ et $P(B\cap M)=\dfrac{112}{1000}=0{,}112$
   $P(B)\times P(M)=0{,}25\times 0{,}44=0{,}110\neq P(B\cap M)$
   donc les événements *B* et *M* ne sont pas indépendants.

Exercice 2

Un automobiliste effectue un parcours sur lequel se trouvent deux feux tricolores qui fonctionnent de manière autonome et indépendante. Ces feux possèdent le même cycle : vert : 25 secondes, orange : 5 secondes, rouge : 30 secondes.

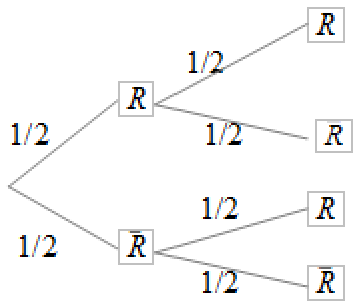
Quelle est la probabilité que l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge ?

Correction

On considère l'événement *R* : « l'automobiliste rencontre un feu rouge ». On a :

$P(R)=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$ donc $P(\bar{R})=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

Cette situation peut être modélisée par l'arbre ci-dessous :



L'événement contraire de « l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge » est l'événement « l'automobiliste ne rencontre pas de feu rouge », la probabilité de cet événement est : $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

donc la probabilité de l'événement « l'automobiliste rencontre au moins un feu rouge » est

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Exercice 3

D'après une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que :

- 60% de la population sont des femmes ;
- 56% des femmes travaillent à temps partiel ;
- 36% de la population travaillent à temps partiel.

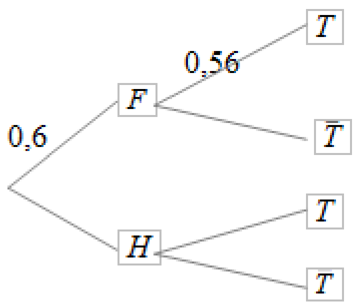
On interroge une personne dans la population. Elle affirme travailler à temps partiel.
Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

Correction

On considère les événements

- *F* : « la personne interrogée est une femme »
- *H* : « la personne interrogée est un homme »
- *T* : « la personne interrogée travaille à temps partiel »

On peut modéliser la situation par l'arbre ci-dessous :



De plus on sait que $P(T)=0{,}36$. On veut déterminer $P_T(H)$. Il nous faut donc $P(H\cap T)$

Les événements *F* et *H* forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales on a : $P(T)=p(F\cap T)+P(H\cap T)$ donc :

$P(T)=P(F\cap T)+P(H\cap T)=P(T)-P(F\cap T)=0{,}36-0{,}6\times 0{,}56=0{,}36-0{,}336=0{,}024$ d'où

$$p_T(H)=\frac{p(H\cap T)}{p(T)}=\frac{0{,}024}{0{,}36}=\frac{1}{15}$$

Exercice 4
On suppose que la probabilité de naissance est la même pour les deux sexes, quel que soit le rang de cette naissance. On considère l'ensemble des familles de deux enfants. On choisit une famille au hasard.

1. Calculer la probabilité des événements suivants :
   - *A* « la famille a deux garçons »
   - *B* « l'aîné est un garçon ».
   - *C* « la famille a au moins un garçon »
   - *D* « le plus jeune enfant est une fille »
2. Calculer $P_B(A), P_C(A), P_D(A)$ et $P_A(C)$.

Correction

On considère les événements :

- *F: « Avoir une fille»*
- *G:« Avoir un garçon» .*

En ayant deux enfants, il y a 4 combinaisons possibles : FF ; FG ; GF ; GG.

On a : $P(A)=\frac{1}{4}=0{,}25$, $P(B)=\frac{2}{4}=0{,}5$, $P(C)=\frac{3}{4}=0{,}75$ et $P(D)=\frac{2}{4}=0{,}5$

Parmi les 2 combinaisons où l'aîné est un garçon, il n'y a qu'une combinaison où la famille a deux garçons donc $P_B(A)=\frac{1}{2}=0{,}5$.

Parmi les 3 combinaisons où la famille a au moins un garçon, il n'y a qu'une combinaison où la famille a deux garçons donc $P_C(A)=\frac{1}{3}$.

Parmi les 2 combinaisons où le plus jeune enfant est une fille, il n'y a pas de combinaison où la famille a deux garçons donc $P_D(A)=0$.

Parmi la seule combinaison où la famille a deux garçons, il n'y a qu'une seule combinaison où la famille a au moins un garçon donc $P_A(C)=1$.