Exercice 1 :

Dans une population donnée, 84 % des personnes possèdent un téléphone portable et 75 % des personnes possèdent un ordinateur. De plus, 60 % des personnes de cette population déclarent posséder les deux. On rencontre par hasard une personne de cette population.

On considère les événements :

T : « La personne rencontrée possède un téléphone portable »

O : « La personne rencontrée possède un ordinateur »

1. Déterminer la probabilité conditionnelle de l'événement O sachant T est réalisé.
2. Déterminer la probabilité que la personne rencontrée possède un téléphone portable sachant qu'elle a un ordinateur.

Correction

1. $P_T(O)=\dfrac{P(O\cap T)}{P(T)}=\dfrac{0{,}6}{0{,}84}=\dfrac{5}{7}$
2. $P_O(T)=\dfrac{P(O\cap T)}{P(O)}=\dfrac{0{,}6}{0{,}75}=\dfrac{4}{5}$

Exercice 2 :

Lors d'une enquête menée auprès d'une population, on a constaté que 85 % des personnes sont des femmes et que, parmi ces femmes, 62 % travaillent à temps partiel.

On choisit une de ces personnes au hasard et on considère les événements :

F : « La personne choisie est une femme »

T : « La personne choisie travaille à temps partiel »

1. Traduire en terme de probabilités les données numériques de l'énoncé.
2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit une femme travaillant à temps partiel.

Correction

1. $P(F)=0{,}85$ et $P_F(T)=0{,}62$
2. $P_F(T)=\dfrac{P(F\cap T)}{P(F)}$ donc $P(T\cap F)=P_F(T)\times P(F)=0{,}62\times 0{,}85=0{,}527$

Exercice 3 :
Compléter le tableau suivant sachant que $P_{\bar{A}}(B)=0{,}25$

	A	**$\bar{A}$**	**Total**
B	0,18		
$\bar{B}$	0,42		
Total			

Correction

	A	**$\bar{A}$**	**Total**
B	0,18	0,1	0,28
$\bar{B}$	0,42	0,3	0,72
Total	0,6	0,4	1

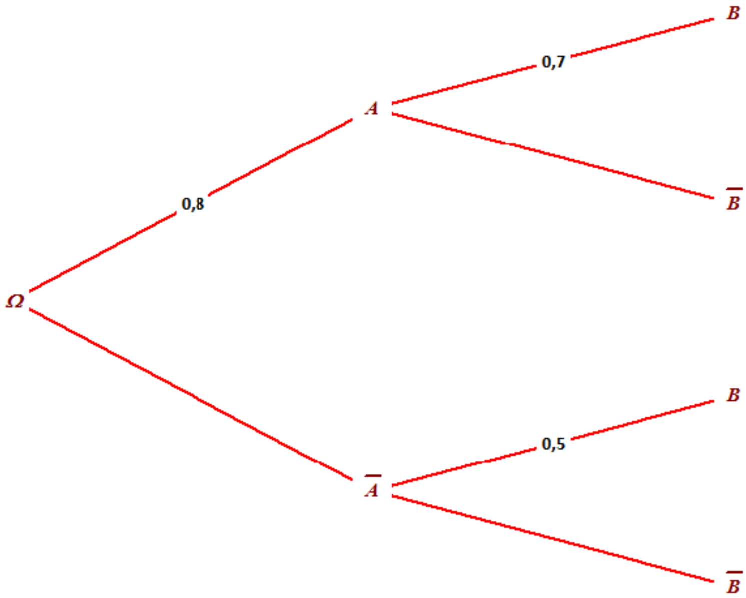
$$P_{\bar{A}}(B)=\frac{P(B\cap\bar{A})}{P(\bar{A})}=0{,}25 \text{ donc } P(B\cap\bar{A})=0{,}25\times P(\bar{A})=0{,}25\times(1-0{,}6)=0{,}25\times 0{,}4=0{,}1$$

Exercice 4 :
La répartition des voitures garées dans un parking est donnée dans le tableau ci-contre.
On choisit au hasard un véhicule stationné dans ce parking.
Sachant qu'il est de marque française, quelle est la probabilité que ce soit un diesel ?

	Diesel	**Essence**	**Total**
Marque Française	0,43	0,12	0,55
Marque étrangère	0,34	0,11	0,45
Total	0,77	0,23	1

Correction
On veut calculer $P_F(D)$. Or,
$P_F(D)=\frac{P(D\cap F)}{P(F)}=\frac{0{,}43}{0{,}55}=\frac{43}{55}\approx 0{,}78$ donc on a environ 78 % de chance de choisir un véhicule diesel sachant que le véhicule est français.

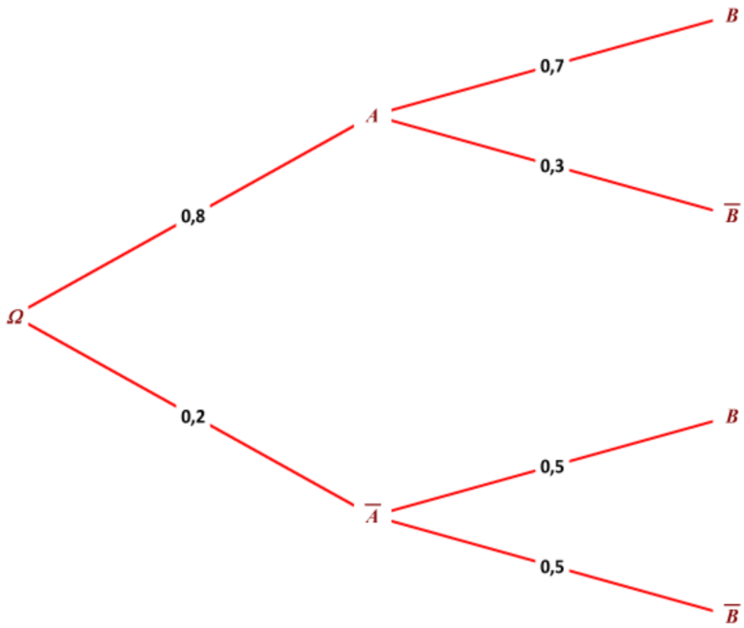
Exercice 5 :
On considère deux événements A et B liés à une expérience aléatoire modélisée par l'arbre pondéré.



1. Indiquer la signification des nombres 0,8 ; 0,7 et 0,5.
2. Compléter cet arbre avec les probabilités manquantes
3. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap B$

Correction

1. $P(A)=0{,}8, P_A(B)=0{,}7$ et $P_{\bar{A}}(B)=0{,}5$
2. Arbre pondéré



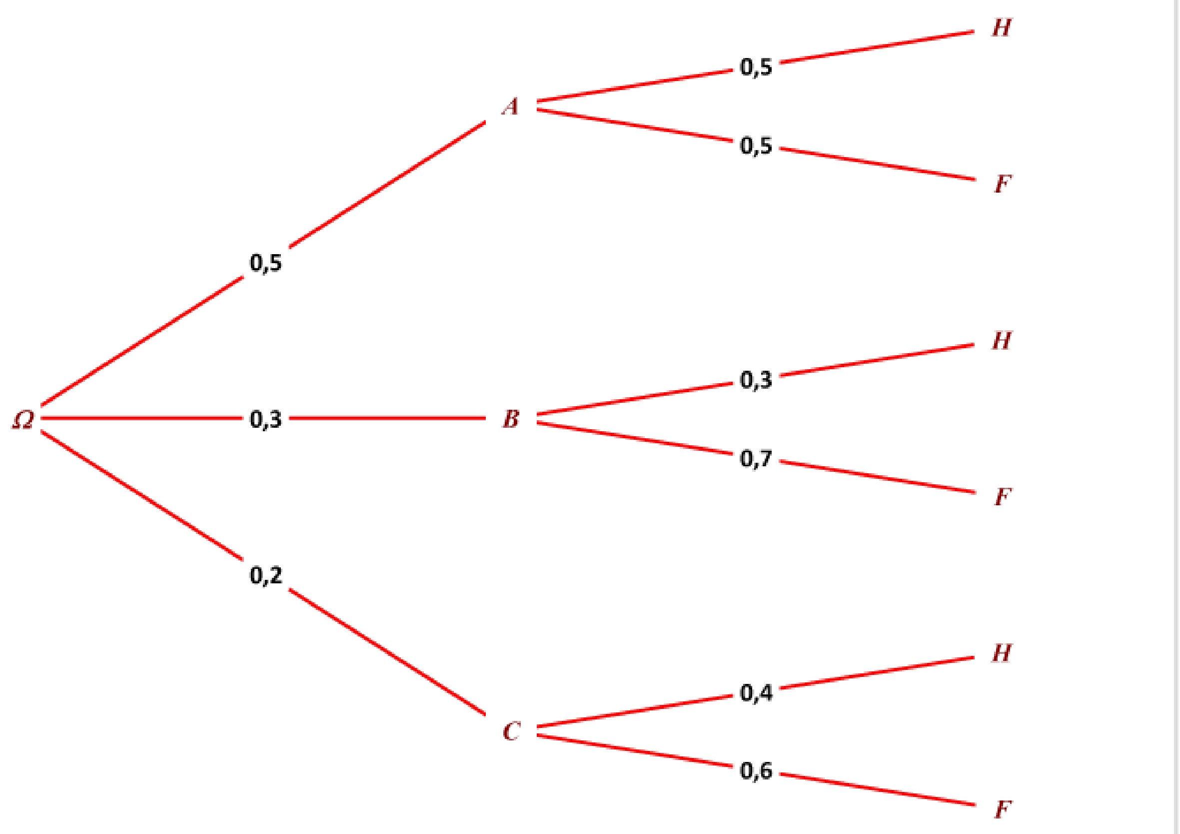
3. $P(A \cap B)=P_A(B) \times P(A)=0{,}7 \times 0{,}8=0{,}56$

Exercice 6 :
Trois candidats A, B et C se présentent à une élection. Ils obtiennent respectivement la moitié, les trois dixièmes et le cinquième des suffrages. D'autre part, on sait que 50 % des électeurs de A, 30 % des électeurs de B et 40 % des électeurs de C sont des hommes.
On interroge au hasard une personne s'étant prononcée pour l'un des trois candidats.

1. Décrire l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre pondéré
2. En déduire la probabilité d'interroger un homme ayant voté pour le candidat C.
3. On interroge au hasard une personne s'étant prononcée pour l'un des trois candidats. Déterminer la probabilité que ce soit une femme.

Correction

1.



2. $P(C \cap H) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$
3. $P(F) = P(A \cap F) + P(A \cap F) + P(A \cap F) = 0{,}5 \times 0{,}5 + 0{,}3 \times 0{,}7 + 0{,}2 \times 06 = 0{,}58$

Exercice 7 :
A partir du tableau suivant, étudier l'indépendance des événements A et B.

	A	$\bar{A}$	**Total**
B	0,3	0,1	0,4
$\bar{B}$	0,45	0,15	0,6
Total	0,75	0,25	1

Correction

$P(A\cap B)=0{,}3$, $P(A)\times P(B)=0{,}75\times 0{,}4=0{,}3$ donc $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$
donc les événements A et B sont indépendants.

Exercice 8 :
On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. On considère les événements suivants :
A : « La carte tirée est un carreau »
B : « La carte tirée est un roi »
C : « La carte tirée est rouge »

1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
2. Les événements A et C sont-ils indépendants ?
3. Les événements B et C sont-ils indépendants ?

Correction

1. 1ère méthode :

   $P(A)=0{,}25=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$ et $P(C)=\frac{1}{2}$

   $P(A\cap B)=P(\text{la carte tirée est un roi de carreau})=\frac{1}{32}$

   Or, $P(A)\times P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{32}$ donc $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

   donc les événements A et B sont indépendants.

   2ème méthode :

   $P_B(A)=P(\text{la carte tirée est un carreau sachant que c'est un roi})=\frac{1}{4}=P(A)$

   donc les événements A et B sont indépendants.

2. $A\cap C$: la carte tirée est un carreau et rouge

   Or un carreau est nécessairement rouge donc $P(A\cap C)=P(A)=\frac{1}{4}$

   Or, $P(A)\times P(C)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ donc $P(A\cap C)\neq P(A)\times P(C)$

donc les événements A et C ne sont pas indépendants.

- $B\cap C$: la carte tirée est un roi et rouge donc $P(B\cap C)=\frac{2}{32}=\frac{1}{16}$

  Or, $P(B)\times P(C)=\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$ donc $P(B\cap C)=P(B)\times P(C)$

donc les événements B et C sont indépendants.

Exercice 9 :
A et B sont deux événements indépendants liés à une expérience aléatoire tels que P(A) = 0,3 et P(B) = 0,4.
Calculer $P(A\cap B)$; $P(\bar{A}\cap B)$; $P(A\cap\bar{B})$ et $P(\bar{A}\cap\bar{B})$.

Correction

- A et B sont indépendants donc $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0{,}3\times 0{,}4=0{,}12$
- A et B sont indépendants donc $\bar{A}$ et B aussi donc
  $P(\bar{A}\cap B)=P(\bar{A})\times P(B)=(1-P(A))\times P(B)=0{,}7\times 0{,}4=0{,}28$
- A et B sont indépendants donc A et $\bar{B}$ aussi donc
  $P(A\cap\bar{B})=P(A)\times P(\bar{B})=P(A)\times(1-P(B))=0{,}3\times 0{,}6=0{,}18$
- A et B sont indépendants donc $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0{,}3\times 0{,}4=0{,}12$
- A et B sont indépendants donc $\bar{A}$ et $\bar{B}$ aussi donc
  $P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\bar{A})\times P(\bar{B})=(1-P(A))\times(1-P(B))=0{,}7\times 0{,}6=0{,}42$

Exercice 10 :
Sur son trajet pour aller travailler, un automobiliste rencontre deux feux tricolores. La probabilité pour que le feu soit vert au moment où il arrive à sa hauteur est de 0,4 pour le 1er feu et de 0,45 pour le second feu.
On note A l'événement « le 1er feu est vert » et B l'événement « le second feu est vert ».
On fait l'hypothèse que ces deux événements sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité que l'automobiliste fasse son trajet sans avoir à s'arrêter ?
2. Calculer $P(A\cap\bar{B})$. A quel événement correspond cette probabilité ?

Correction

1. A et B sont indépendants donc $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=0{,}4\times 0{,}45=0{,}18$
2. A et B sont indépendants donc A et $\bar{B}$ aussi donc
   $P(A\cap\bar{B})=P(A)\times P(\bar{B})=P(A)\times(1-P(B))=0{,}4\times 0{,}55=0{,}22$

   $A\cap\bar{B}$: le 1er feu est vert et le 2ème feu est rouge ou orange
   $A\cap\bar{B}$: le 1er feu est vert et l'automobiliste doit s'arrêter au 2ème feu